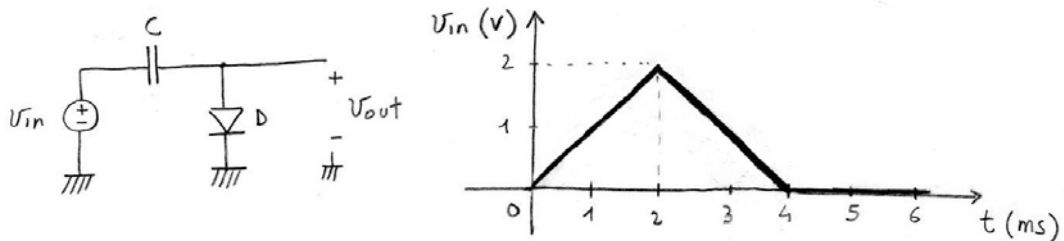


ESERCIZIO N°1

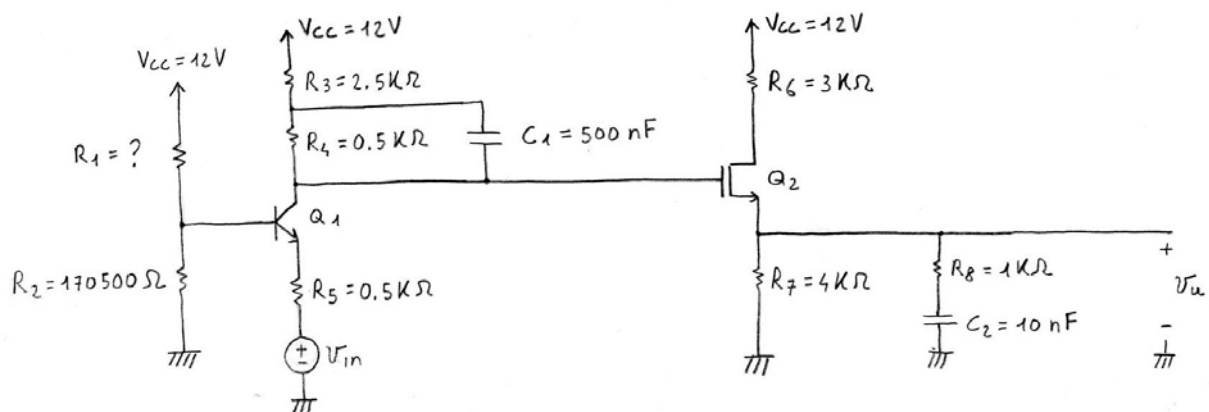
6.5 punti (4)

Si consideri il circuito fissatore rappresentato a sinistra nella seguente figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 6$ ms, della tensione $v_{out}(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra nella figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Si consideri il diodo ideale.

**ESERCIZIO N°2**

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e Q_2 (transistore MOS a canale n) in saturazione e sapendo che la tensione V_u di uscita a riposo è pari a 4 V, si ricavi il valore della resistenza R_1 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori. Si considerino nei conti 4 cifre significative.



per Q_1 : $h_{FE} = 200$

a riposo: $V_u = 4 V$

per Q_2 : $V_T = 1 V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

ESERCIZIO N°3

7.5 punti (4)

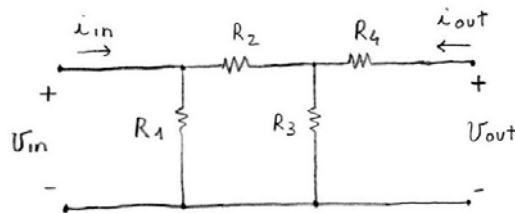
Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_1=511500 \Omega$. Considerando per Q_1 : $h_{ie}=5 \text{ K}\Omega$, $h_{fe}=250$ e per Q_2 : $g_m=2 \text{ mA/V}$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

Si ricavi il valore del guadagno A_v sia per frequenza tendente a 0 che per frequenza tendente a infinito. [Si può, alternativamente: valutare un valore dal circuito per le variazioni e poi valutare l'altro facendo il limite opportuno della funzione di trasferimento $A_v(s)$ (o della risposta in frequenza $A_v(j2\pi f)$), oppure valutare entrambi i valori lavorando sul circuito per le variazioni.]

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

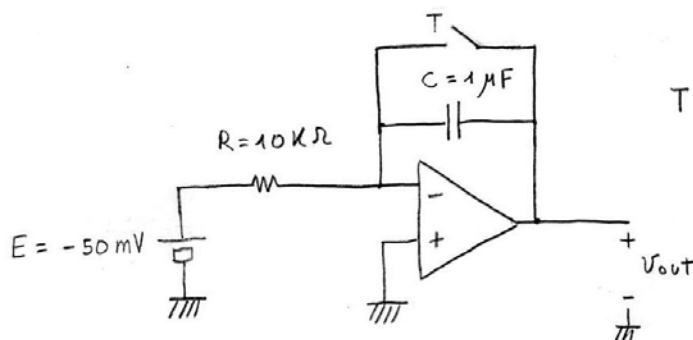
Si ricavino i parametri r_f e r_i per il quadripolo mostrato nella seguente figura.



ESERCIZIO N°5

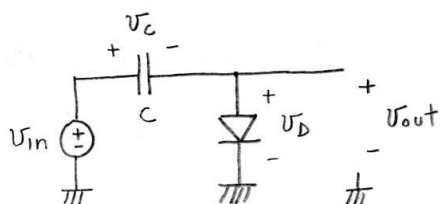
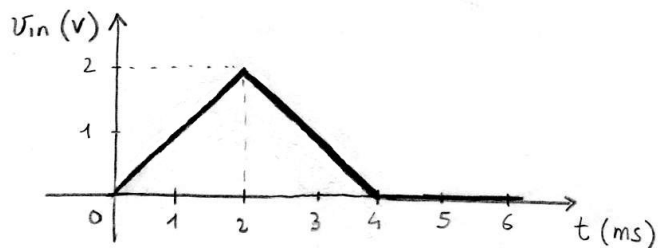
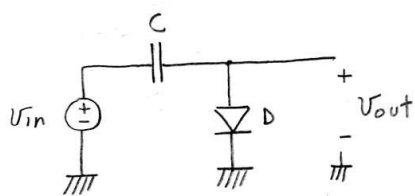
6 punti (4)

Si consideri il seguente circuito, in cui l'amplificatore operazionale (con tensioni di alimentazione pari a +15 V e -15 V) è supposto ideale. Il generatore di tensione costante E sia pari a -50 mV. Si immagini che l'interruttore T (realizzabile ad esempio mediante un transistor MOS pilotato in tensione) sia tenuto chiuso per $t < 0$, aperto per $0 \leq t \leq 1 \text{ s}$ e poi di nuovo chiuso per $t > 1 \text{ s}$. Si consideri l'interruttore ideale. Si ricavi e si disegni (quotando gli assi) l'andamento in funzione del tempo della $v_{out}(t)$ per $-1 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$.

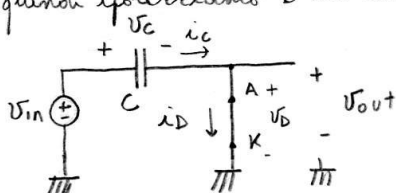


T chiuso per $t < 0$
 T aperto per $0 \leq t \leq 1 \text{ secondo}$
 T chiuso per $t > 1 \text{ secondo}$

1)



inizialmente C è scarico, cioè $V_C(0) = 0$; poiché inoltre $V_{in}(0) = 0$ abbiamo che $V_{out}(0) = V_D(0) = 0$; poi V_{in} cresce e diventa positiva; per $t = 0^+$ la V_C è rimasta nulla e quindi anche la $V_{out} = V_D = V_{in} - V_C$ tende a crescere, per cui l'ipotesi più ragionevole sul diodo D è che conduca; quindi ipotizziamo D in conduzione e sostituiamolo con un cortocircuito:



abbiamo che $V_{out} = 0$;

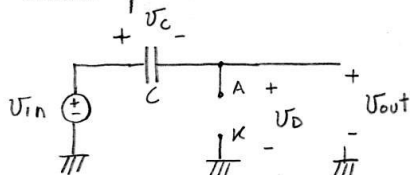
per verificare la conduzione di D dobbiamo verificare che $i_D > 0$;

$$i_D = i_C = C \frac{dV_C}{dt} = C \frac{d}{dt} (V_{in} - 0) = C \frac{dV_{in}}{dt};$$

per $0 < t < 2\text{ms}$ la V_{in} cresce $\rightarrow \frac{dV_{in}}{dt} > 0 \rightarrow i_D > 0 \rightarrow$ rimaniamo

in questa fase, con D in conduzione;

non appena si supera $t = 2\text{ms}$ l'ipotesi di conduzione del diodo D cade perché $i_D = C \frac{dV_C}{dt}$ diventerebbe < 0 ; allora ipotizziamo D interdetto e sostituiamolo con un ramo aperto:



essendo la maglia aperta, non può scorrere corrente $\rightarrow$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt} = 0 \rightarrow V_C \text{ rimane costante all'ultimo valore}$$

avuto alla fine della fase precedente (per $t = 2\text{ms}$) cioè (essendo nella fase precedente $V_C = V_{in}$) a 2V ;

$$\text{di conseguenza } V_{out} = V_{in} - V_C = V_{in} - 2\text{V};$$

per verificare l'interdizione di D dobbiamo verificare che $V_D < 0$;

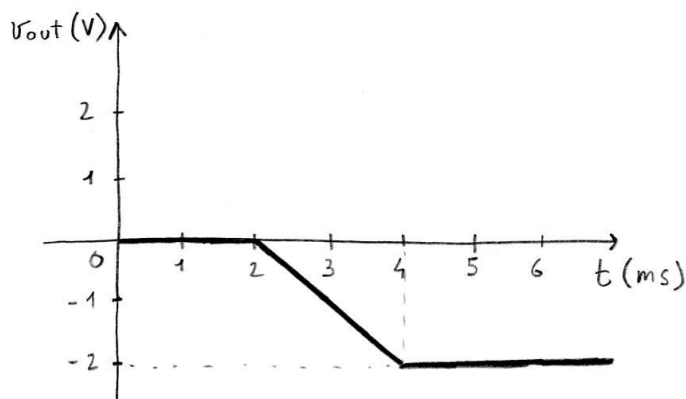
$$V_D = V_{in} - V_C = V_{in} - 2\text{V};$$

poiché per $t > 2\text{ms}$ $V_{in} < 2\text{V}$ abbiamo che $V_D = V_{in} - 2\text{V} < 0$ e quindi da 2ms in poi rimaniamo in questa fase, con D interdetto.

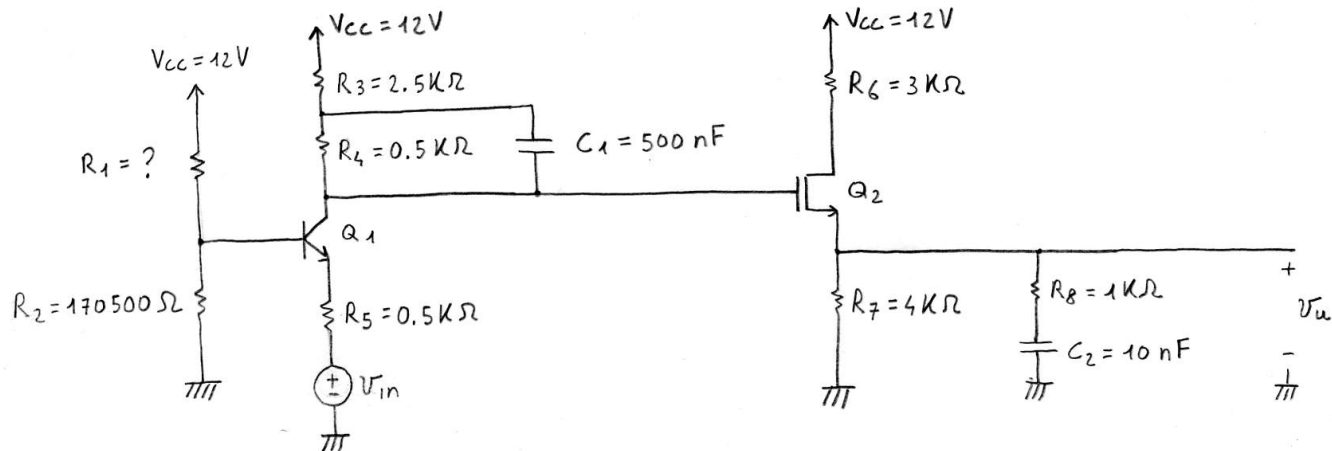
Quindi:

per $0 \leq t \leq 2\text{ms}$: D conduce, $V_C(t) = V_{in}(t)$, $V_{out}(t) = 0$

per $t \geq 2\text{ms}$: D è interdetto, $V_C(t) = 2\text{V}$, $V_{out}(t) = V_{in}(t) - 2\text{V}$



2)



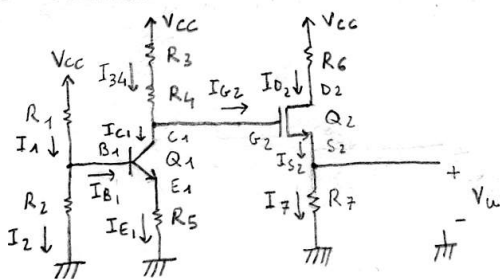
per Q_1 : $h_{FE} = 200$

a riposo: $V_u = 4V$

per Q_2 : $V_T = 1V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$$V_u = V_{S2} = 4V$$

$$I_7 = \frac{V_u}{R_7} = 1mA = I_{S2}$$

$$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{D2} = I_{S2} = 1mA$$

$$V_{D2} = V_{CC} - R_6 I_{D2} = 9V$$

ipotesi 1: Q_2 in saturazione

$$I_{D2} = K (V_{GS2} - V_T)^2 \rightarrow V_{GS2} = V_T \sqrt{\frac{I_{D2}}{K}} = 2V > V_T = 1V$$

(interpolo come $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$)

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$$V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 5V > V_{GS2} - V_T = 1V$$

ipotesi 1 verificata

$$V_{G2} = V_{GS2} + V_{S2} = 6V = V_{C1}$$

$$I_{34} = \frac{V_{CC} - V_{G2}}{R_3 + R_4} = 2mA$$

$$I_{C1} = I_{34} - I_{G2} = I_{34} = 2mA$$

ipotesi 2: Q_1 in zona attivo diretta

$$I_{B1} = \frac{I_{C1}}{h_{FE}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E1} = (h_{FE} + 1) I_{B1} = 2.01mA$$

$$V_{E1} = R_5 I_{E1} = 1.005V$$

$$V_{BE1} = V_{\gamma} = 0.7V \rightarrow V_{B1} = V_{E1} + V_{\gamma} = 1.705V$$

$$V_{CE1} = V_{C1} - V_{E1} = 4.995V > V_{CEsat}$$

$$I_2 = \frac{V_{B1}}{R_2} = 10\mu A$$

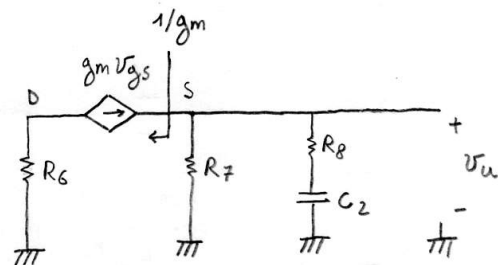
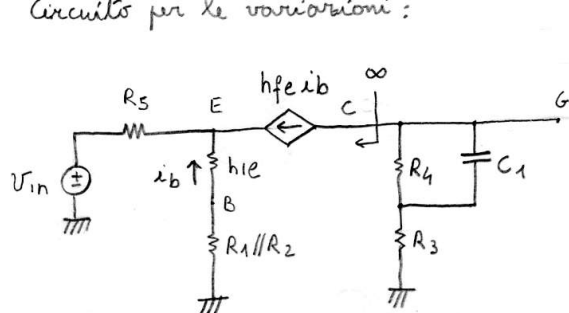
$$I_1 = I_2 + I_{B1} = 20\mu A$$

$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{I_1} = 514.750\Omega$$

ipotesi 2 verificata

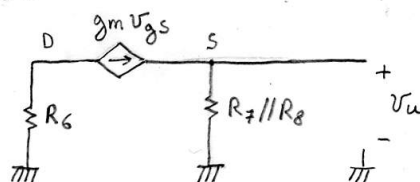
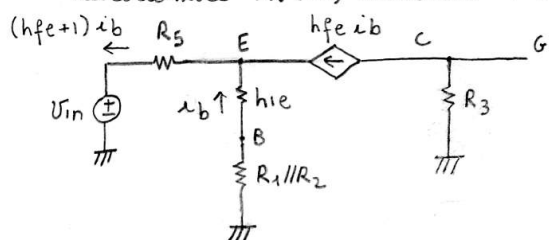
3) $h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega$, $h_{fe} = 250$, $g_m = \frac{2 \text{ mA}}{V}$; $R_1 = 511500 \Omega$

Circuiti per le variazioni:



2 condensatori indipendenti (nessuna maglia impropria) $\rightarrow$ 2 poli

calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i 2 condensatori



$$v_u = (R_7 // R_8) g_m v_{gs}$$

$$v_{gs} = v_g - v_s = v_g - (R_7 // R_8) g_m v_{gs} \rightarrow v_{gs} (1 + (R_7 // R_8) g_m) = v_g \rightarrow v_{gs} = \frac{v_g}{1 + (R_7 // R_8) g_m}$$

$$v_g = -R_3 h_{fe} i_b$$

$$v_{in} = -R_5 (h_{fe} + 1) i_b - (h_{ie} + (R_1 // R_2)) i_b \rightarrow i_b = -\frac{v_{in}}{R_5 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + (R_1 // R_2)}$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_{in}} = \frac{(R_7 // R_8) g_m}{1 + (R_7 // R_8) g_m} \frac{R_3 h_{fe}}{R_5 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + (R_1 // R_2)} = 1.4886$$

(positivo, come è giusto che sia dato che si tratta della cascata di uno stadio a base comune, non invertente, e di uno stadio a drain comune, non invertente)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 3.4555 \text{ dB}$$

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 2$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$$R_{vc1} = R_4 // (R_3 + \infty) = R_4 = 0.5 \text{ K}\Omega$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{vc1}} = 4000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 636.62 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_3 + (R_4 // \frac{1}{C_1 s}) = 0$ perché in tal caso si annulla la v_g , quindi v_{gs} e di conseguenza v_u

$$R_3 + (R_4 // \frac{1}{C_1 s}) = R_3 + \frac{R_4 \frac{1}{C_1 s}}{R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = R_3 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 s} = \frac{R_3 + R_3 R_4 C_1 s + R_4}{1 + R_4 C_1 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_3 R_4 C_1 s + R_3 + R_4 = 0 \rightarrow s = -\frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_1} = -\frac{1}{C_1 \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = -\frac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} \rightarrow$$

$$\omega_{z1} = \frac{1}{C_1 (R_3 // R_4)} = 4800 \text{ rad/s} \rightarrow f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 763.94 \text{ Hz}$$

$$R_{vc2} = R_8 + (R_7 // \frac{1}{g_m}) = 1444.4 \Omega$$

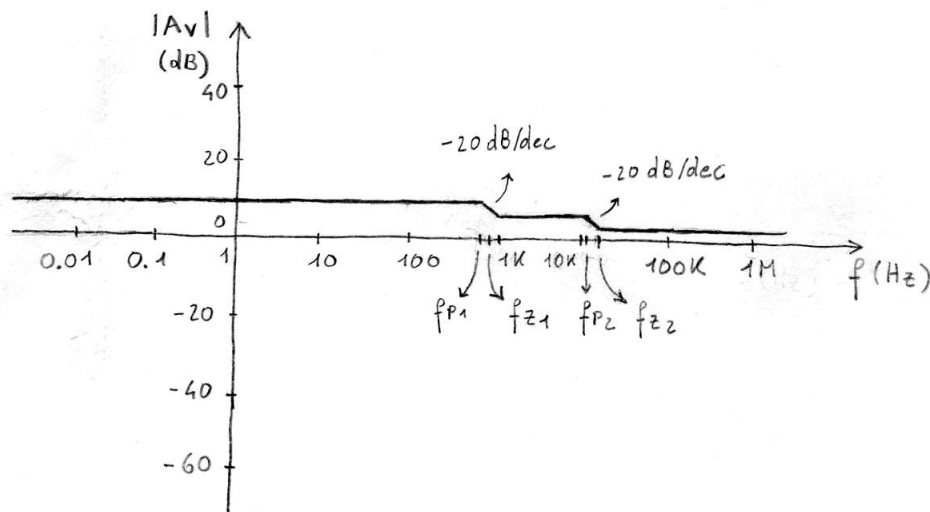
$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{vc2}} = 69230.77 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 11018.42 \text{ Hz}$$

$$\text{la } v_u \text{ si annulla per la } s \text{ per cui } R_8 + \frac{1}{C_2 s} = 0 \rightarrow \frac{R_8 C_2 s + 1}{C_2 s} = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{C_2 R_8} \rightarrow$$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{C_2 R_8} = 100000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{z2} = 15915.49 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è la seguente:

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 2,1502$$

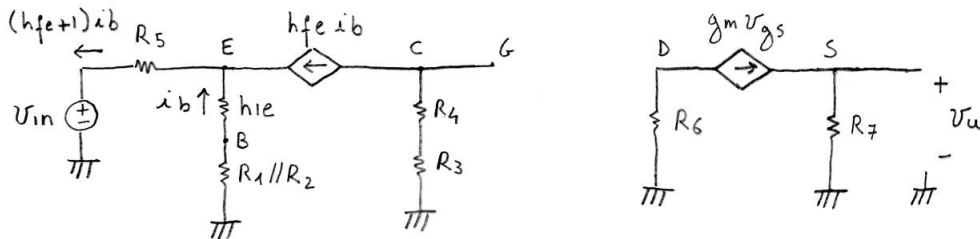
$$|A'|_{dB} = 6.65 \text{ dB}$$

$$|A_v(0)| = |A'| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 2.58$$

$$|A_v(0)|_{dB} = 8.23 \text{ dB}$$

NON RICHIESTO

Quanto al guadagno per $f \rightarrow 0$, si può ricavare dal circuito per le variazioni con i condensatori aperti:



$$v_u = R_7 g_m v_{gs}$$

$$v_{gs} = v_g - v_s = v_g - R_7 g_m v_{gs} \rightarrow v_{gs} (1 + R_7 g_m) = v_g \rightarrow v_{gs} = \frac{v_g}{1 + R_7 g_m}$$

$$v_g = -(R_3 + R_4) h_{fe} i_b$$

$$v_{in} = -R_5 (h_{fe} + 1) i_b - (h_{ie} + (R_1 \parallel R_2)) i_b \rightarrow i_b = - \frac{v_{in}}{R_5 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + (R_1 \parallel R_2)}$$

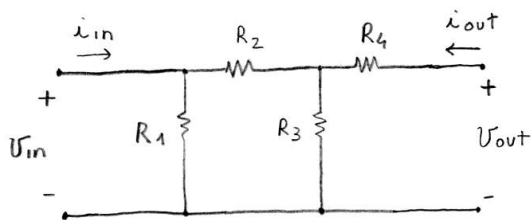
$$A_v(0) = \frac{v_u}{v_{in}} = \frac{R_7 g_m}{1 + R_7 g_m} \frac{(R_3 + R_4) h_{fe}}{R_5 (h_{fe} + 1) + h_{ie} + (R_1 \parallel R_2)} = 2.5802$$

Alternativamente, $A_v(0)$ può essere valutato facendo il limite per $s \rightarrow 0$ dell'espressione dell' $A_v(s)$ scritta sopra, in questo modo:

$$A_v(0) = \lim_{s \rightarrow 0} A_v(s) = \lim_{s \rightarrow 0} A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})} = A_v(\infty) \frac{\omega_{z1} \omega_{z2}}{\omega_{p1} \omega_{p2}} = 2.5802$$

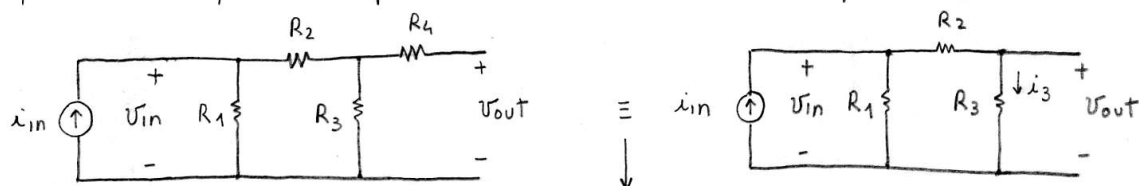
$$|A_v(0)|_{dB} = 8.23 \text{ dB}$$

4)



$$\begin{cases} V_{out} = r_f i_{in} + r_o i_{out} \\ V_{in} = r_i i_{in} + r_r i_{out} \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} r_f &= \left. \frac{V_{out}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} & r_o &= \left. \frac{V_{out}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0} \\ r_i &= \left. \frac{V_{in}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} & r_r &= \left. \frac{V_{in}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0} \end{aligned}$$

per calcolare r_f e r_i imponiamo $i_{out}=0$ (cioè lasciamo aperta la porta di uscita)



(sulla R_4 non scorre corrente e quindi non c'è caduta)

$$V_{in} = i_{in} \cdot (R_1 \parallel (R_2 + R_3)) \rightarrow r_i = \frac{V_{in}}{i_{in}} = R_1 \parallel (R_2 + R_3);$$

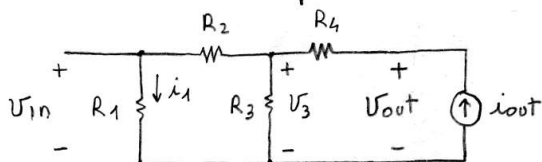
$$V_{out} = V_{in} \frac{R_3}{R_2 + R_3} \quad (\text{dato che } R_2 \text{ e } R_3 \text{ sono in serie, avendo } i_{out}=0) \rightarrow$$

$$V_{out} = i_{in} \cdot (R_1 \parallel (R_2 + R_3)) \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} \rightarrow r_f = \frac{V_{out}}{i_{in}} = (R_1 \parallel (R_2 + R_3)) \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \frac{R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

[o equivalentemente: $i_3 = i_{in} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$ (partitore della corrente i_{in} tra R_1 e $(R_2 + R_3)$, che sono in parallelo) $\rightarrow$

$$V_{out} = i_3 R_3 = i_{in} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \rightarrow r_f = \frac{V_{out}}{i_{in}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}]$$

[per calcolare r_o e r_r imponiamo $i_{in}=0$ (cioè lasciamo aperta la porta di ingresso)



NON RICHIESTO

$$V_{out} = i_{out} \cdot (R_4 + (R_3 \parallel (R_1 + R_2))) \rightarrow r_{out} = \frac{V_{out}}{i_{out}} = R_4 + (R_3 \parallel (R_1 + R_2));$$

$$V_3 = V_{out} \cdot \frac{R_3 \parallel (R_1 + R_2)}{R_4 + (R_3 \parallel (R_1 + R_2))} \quad (\text{partitore di tensione tra la resistenza } R_4 \text{ e } R_3 \parallel (R_1 + R_2), \text{ che sono in serie in quanto attraversate dalla stessa corrente})$$

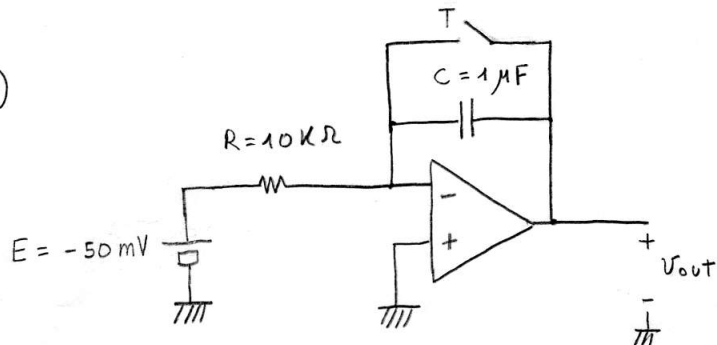
$$V_{in} = V_3 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (\text{partitore di tensione tra } R_1 \text{ e } R_2, \text{ che sono in serie}) \rightarrow$$

$$\begin{aligned} V_{in} &= i_{out} \cdot (R_4 + (R_3 \parallel (R_1 + R_2))) \cdot \frac{R_3 \parallel (R_1 + R_2)}{R_4 + (R_3 \parallel (R_1 + R_2))} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = i_{out} \frac{R_3 (R_1 + R_2)}{R_3 + R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \\ &= i_{out} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \rightarrow r_r = \frac{V_{in}}{i_{out}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \end{aligned}$$

[o più semplicemente: $i_1 = i_{out} \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$ (partizione della corrente i_{out} tra R_3 e $(R_1 + R_2)$, che sono in parallelo) $\rightarrow$

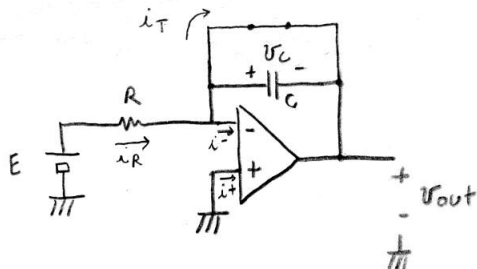
$$V_{in} = i_1 R_1 = i_{out} \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \rightarrow r_r = \frac{V_{in}}{i_{out}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}]]$$

5)



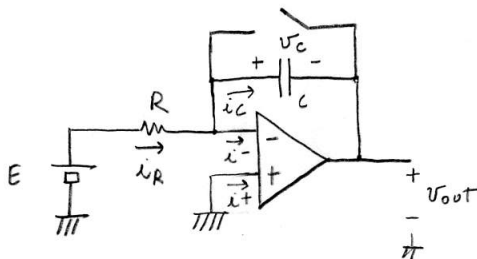
T chiuso per $t < 0$
 aperto per $0 \leq t \leq 1$ secondo
 chiuso per $t > 1$ secondo

per $t < 0$ abbiamo:



essendo l'amplificatore operazionale ideale reazionato negativamente, vale il cortocircuito virtuale: $i^+ = 0$, $i^- = 0$, $v^+ = v^-$;
 in questo caso, essendo $v^+ = 0$, anche $v^- = 0$;
 $i_R = \frac{E - 0}{R} = \frac{E}{R} = i_T$; $V_{out} = v^- = 0$;
 $V_C = 0$ (condensatore scarico)

per $0 \leq t \leq 1$ sec abbiamo:



essendo l'amplificatore operazionale ideale reazionato negativamente, vale il cortocircuito virtuale: $i^+ = 0$, $i^- = 0$, $v^+ = v^-$;
 in questo caso, essendo $v^+ = 0$, anche $v^- = 0$;

$$i_R(t) = \frac{E - 0}{R} = \frac{E}{R} = i_C(t) \rightarrow$$

$$V_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau + \underbrace{V_C(0)}_{=0 \text{ (per } t=0 \text{ il condensatore è scarico)}} = \frac{1}{C} \int_0^t \frac{E}{R} d\tau =$$

$$= \frac{1}{RC} \cdot E \int_0^t 1 d\tau = \frac{1}{RC} E t$$

$$V_{out}(t) = v^- - V_C(t) = -V_C(t) = -\frac{1}{RC} E t =$$

$$= -\frac{1}{(10 \text{ k}\Omega) \cdot (1 \mu\text{F})} \cdot (-50 \text{ mV}) \cdot t =$$

$$= \frac{50 \text{ mV}}{10 \text{ mSec}} \cdot t = \left(5 \frac{\text{V}}{\text{Sec}}\right) \cdot t$$

oppure, lavorando in s:

$$I_R(s) = \frac{\frac{E}{s} - 0}{R} = \frac{E}{R} \cdot \frac{1}{s} = I_C(s)$$

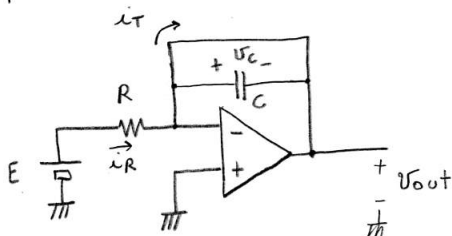
(la trasformata di Laplace di una costante E è $\frac{E}{s}$)

$$V_C(s) = \frac{1}{Cs} I_C(s) \quad (\text{non c'è il generatore di condizioni iniziali perché } V_C(0) = 0)$$

$$V_O(s) = v^- - V_C(s) = -V_C(s) = -\frac{1}{Cs} I_C(s) = -\frac{E}{RC} \cdot \frac{1}{s^2} =$$

$$= \left(5 \frac{\text{V}}{\text{Sec}}\right) \cdot \frac{1}{s^2} \quad \text{che antitrasformata dà } V_O(t) = \left(5 \frac{\text{V}}{\text{Sec}}\right) t$$

per $t > 1$ sec abbiamo di nuovo:



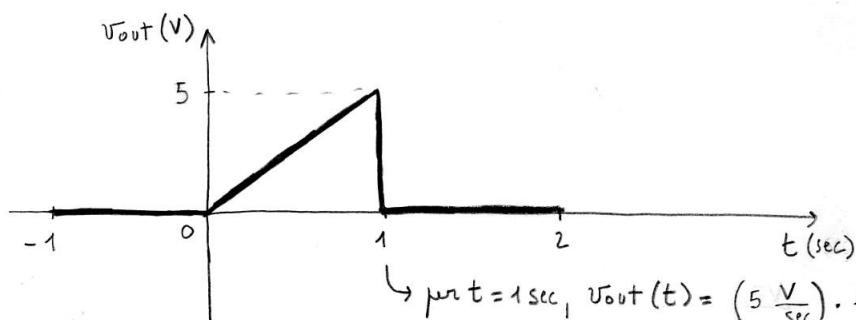
essendo l'amplificatore operazionale ideale reazionato negativamente, vale il cortocircuito virtuale: $i^+ = 0$, $i^- = 0$, $v^+ = v^-$;

in questo caso, essendo $v^+ = 0$, anche $v^- = 0$;

$$i_R = \frac{E - 0}{R} = \frac{E}{R} = i_T$$

$$V_C = 0 \quad (\text{condensatore scarico})$$

L'andamento della V_{out} sarà quindi il seguente:



$$\text{per } t = 1 \text{ sec, } V_{out}(t) = \left(5 \frac{\text{V}}{\text{Sec}}\right) \cdot 1 \text{ sec} = 5 \text{ V}$$

Essendo le tensioni di alimentazione dell'amplificatore operazionale pari a +15 V e -15 V, le sue tensioni di saturazione saranno dell'ordine di +14 V e -14 V. Dato che la $V_{out}(t)$ ottenuta è compresa tra 0 e 5 V, non ci sono problemi di saturazione dell'uscita dell'amplificatore operazionale.