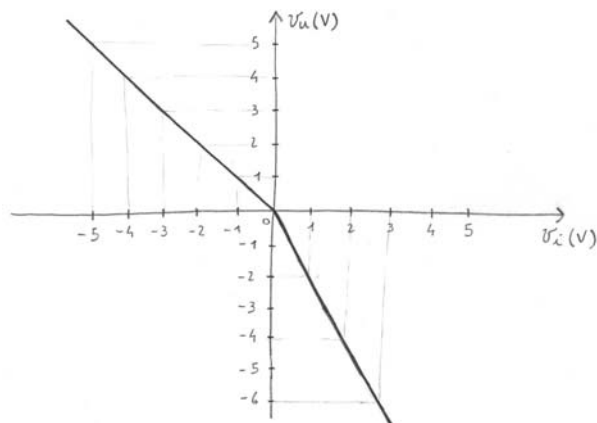


ESERCIZIO N°1

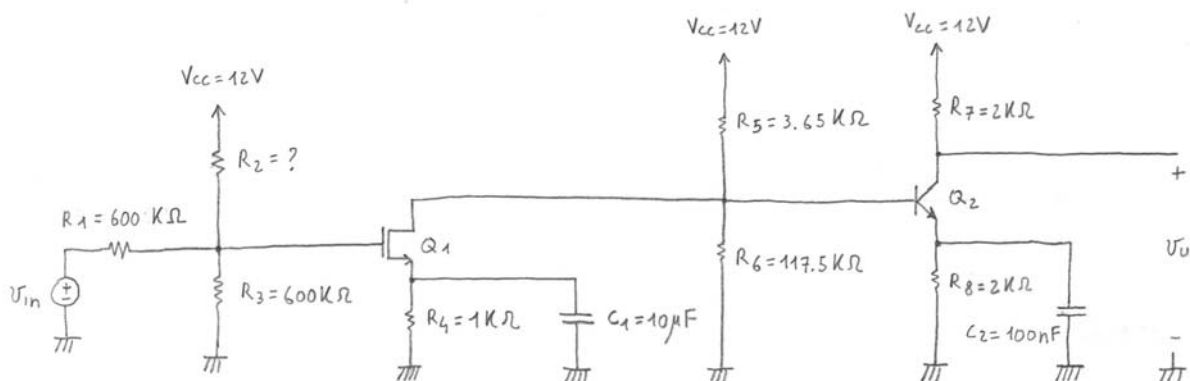
6 punti (4)

Si progetti e si dimensiona un circuito che possieda la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino i diodi e gli amplificatori operazionali ideali.

**ESERCIZIO N°2**

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 8.02 V, si ricavi il valore della resistenza R_2 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.

per Q_1 : $V_T = 2.05 \text{ V}$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.4875 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

a riposo: $V_U = 8.02 \text{ V}$ per Q_2 : $h_{FE} = 199$

ESERCIZIO N°3

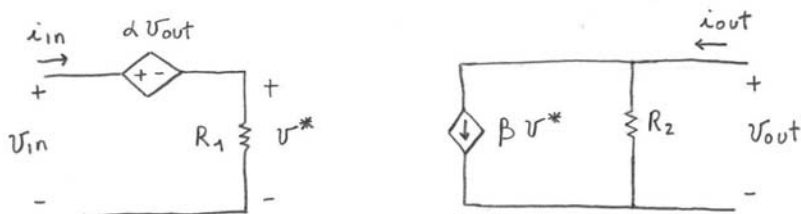
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2=400\text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_m=2\text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{ie}=5\text{ K}\Omega$, $h_{fe}=200$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e se ne grafichi il diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

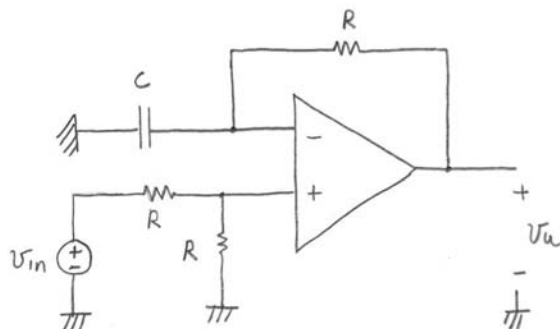
Si ricavino i parametri h per il quadripolo mostrato nella seguente figura, dove α e β sono coefficienti moltiplicativi (α adimensionale, β con dimensioni $1/\Omega$).



ESERCIZIO N°5

6.5 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento in uscita del circuito mostrato in figura. A parte la presenza dei generatori di sbilanciamento (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



$$C = 1\text{ }\mu\text{F}$$

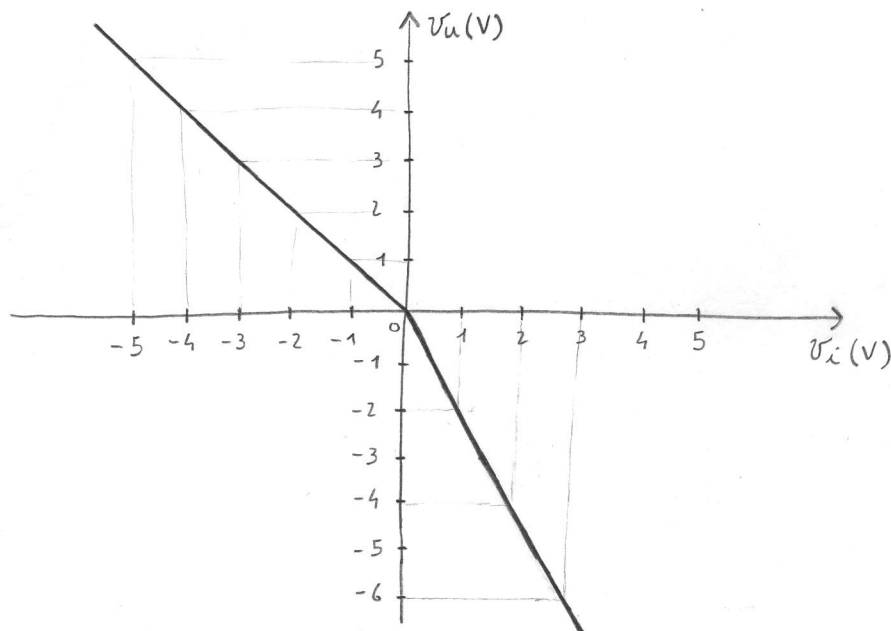
$$R = 2\text{ K}\Omega$$

$$|V_{io}|_{\max} = 6\text{ mV}$$

$$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 100\text{ nA}$$

$$|I_{io}|_{\max} = |I_1 - I_2|_{\max} = 20\text{ nA}$$

1)

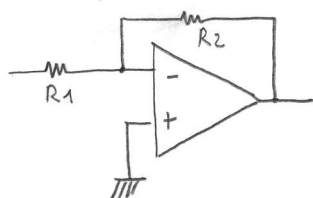


la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i} = \frac{0-5}{0-(-5)} = -1$,

la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i} = \frac{-6-0}{3-0} = -2$;

essendo pendenze negative c'è bisogno di un amplificatore invertente;

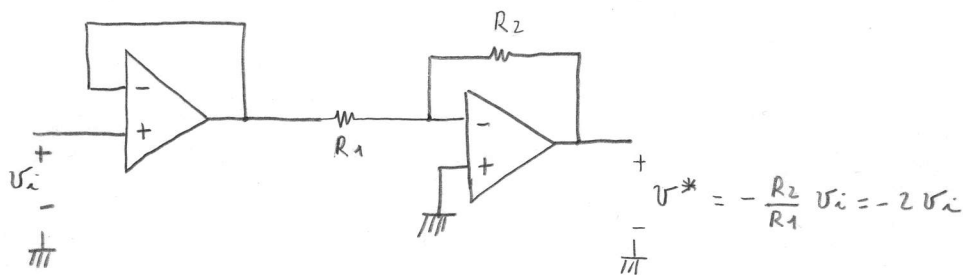
la pendenza di modulo massimo è -2, quindi mettiamo un amplificatore invertente che guadagna -2:



$$-\frac{R_2}{R_1} = -2 \rightarrow R_2 = 2R_1$$

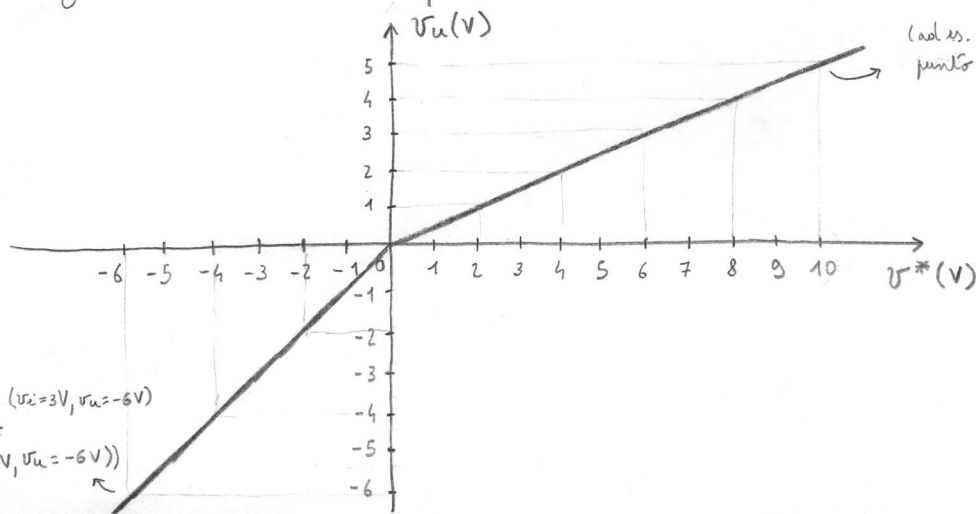
$$\text{ad es. } R_2 = 2\text{ k}\Omega, R_1 = 1\text{ k}\Omega$$

poiché esso presenta una resistenza di ingresso pari a R_1 , mentre noi vogliamo una $R_{in} = \infty$ per avere un comportamento indipendente dal valore della resistenza della sorgente, dovremo aggiungere un buffer a monte dell'amplificatore invertente:



$$V^* = -\frac{R_2}{R_1} V_i = -2V_i$$

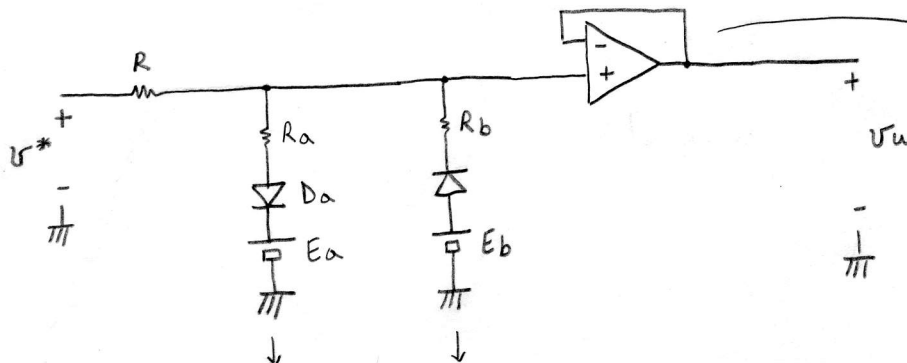
ridisegnando la caratteristica in funzione di $V^* = -2V_i$ anziché di V_i , abbiamo:



(ad es. il punto $(V_i = -5\text{V}, V_u = 5\text{V})$ diventa il punto $(V^* = -2V_i = 10\text{V}, V_u = 5\text{V})$)

stavolta le pendenze sono diventate 1 e $\frac{1}{2}$, quindi positive e ≤ 1 , per cui questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:

(ad es. il punto $(V_i = 3\text{V}, V_u = -6\text{V})$ diventa il punto $(V^* = -2V_i = -6\text{V}, V_u = -6\text{V})$)



qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{out}=0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza del carico

ramo che implementa il tratto nel 1° quadrante

ramo che implementa il tratto nel 3° quadrante

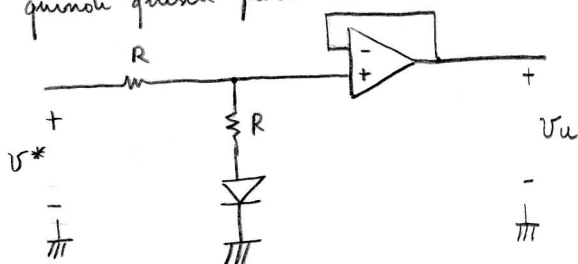
E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto nel 1° quadrante considerato, quindi $E_a = 0$;

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto nel 3° quadrante considerato, quindi $E_b = 0$;

quando $V^* > 0$ conduce il 1° ramo e non il secondo, la $\frac{\partial V_u}{\partial V^*} = \frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_a}{R+R_a} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_a = R+R_a \rightarrow R_a = R$;

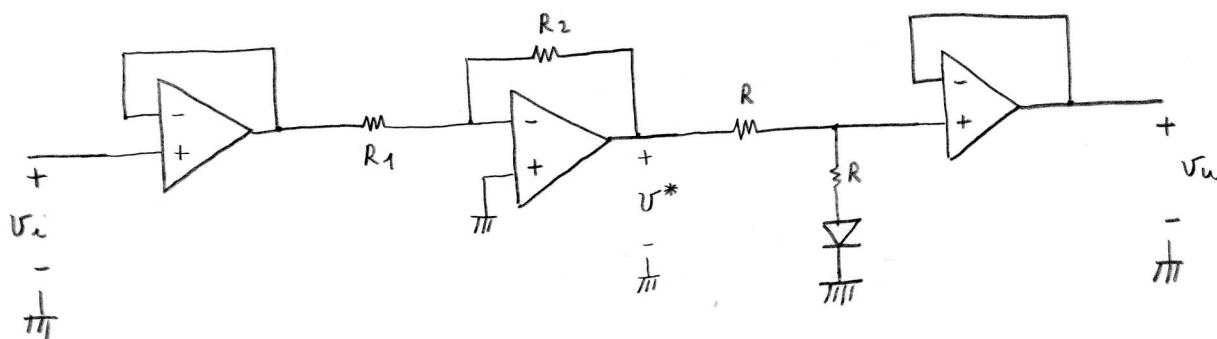
quando $V^* < 0$ conduce il 2° ramo e non il primo, la $\frac{\partial V_u}{\partial V^*} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza 1 con $R \neq 0$ (altrimenti $V_u = V^* \forall V^*$) dobbiamo avere $R_b = \infty$ cioè in realtà il 2° ramo è un ramo aperto ;

quindi questa parte del circuito diventa :



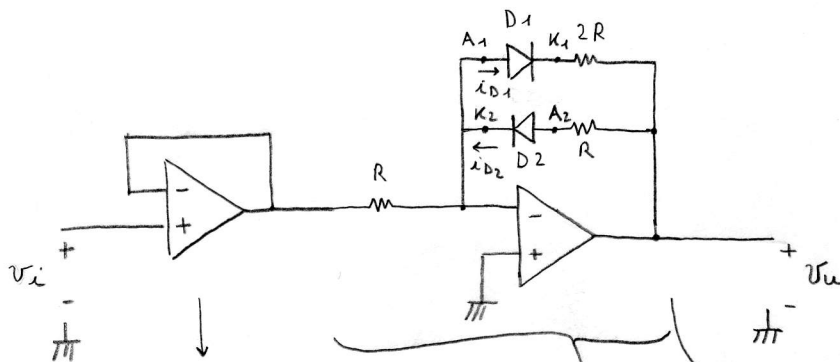
(ad es $R = 1K\Omega$)

complessivamente quindi avremo :



con ad es $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$, $R = 1K\Omega$

[Una delle possibili soluzioni alternative è la seguente :

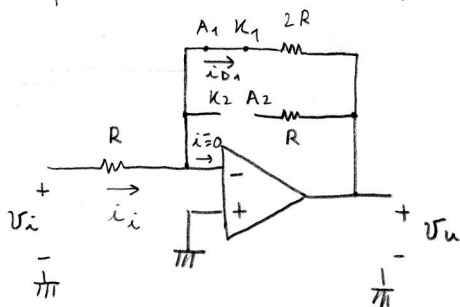


$$\begin{aligned} \text{es } R &= 1 \text{ k}\Omega \\ 2R &= 2 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

buffer, per rendere la $R_{in} \approx \infty$
(e quindi il comportamento della rete
indipendente dalla resistenza della sorgente)

qui non è necessario mettere un ulteriore buffer,
dato che la reazione di tensione nel secondo amplificatore
operazionale rende già la $R_{out} \approx 0$ (e quindi il
comportamento della rete indipendente dalla resistenza
del carico)

se $V_i > 0$: ipotizziamo D_1 in conduzione e D_2 interdetto ;
se questo è vero abbiamo (ipotizzando i diodi ideali) :



$$\text{per il c.c.v. } i_i = \frac{V_i - 0}{R} = \frac{V_i}{R} = i_{D1}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ V^- = V^+ = 0 & & i^- = 0 \end{matrix}$$

$$\text{essendo } V_i > 0 \text{ ne segue che } i_{D1} = \frac{V_i}{R} > 0$$

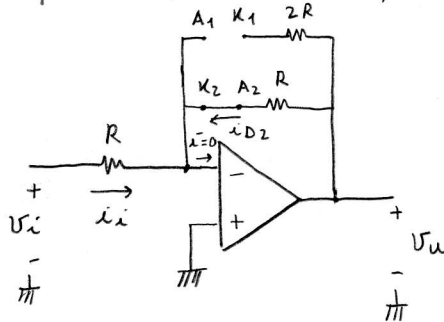
$$V_u = V^- - 2R i_{D1} = 0 - 2R \frac{V_i}{R} = -2V_i$$

$$V_{AK2} = V_u - V^- = V_u = -2V_i$$

$$\text{essendo } V_i > 0 \text{ ne segue che } V_{AK2} = V_u = -2V_i < 0$$

abbiamo quindi verificato le ipotesi su entrambi i diodi e $V_u = -2V_i$

se $V_i < 0$: ipotizziamo D_1 interdetto e D_2 in conduzione ;
se questo è vero abbiamo (ipotizzando i diodi ideali) :



$$\text{per il c.c.v. } i_i = \frac{V_i - 0}{R} = \frac{V_i}{R} = -i_{D2}$$

$$\begin{matrix} \uparrow & & \uparrow \\ V^- = V^+ = 0 & & i^- = 0 \end{matrix}$$

$$\text{essendo } V_i < 0 \text{ ne segue che } i_{D2} = -\frac{V_i}{R} > 0$$

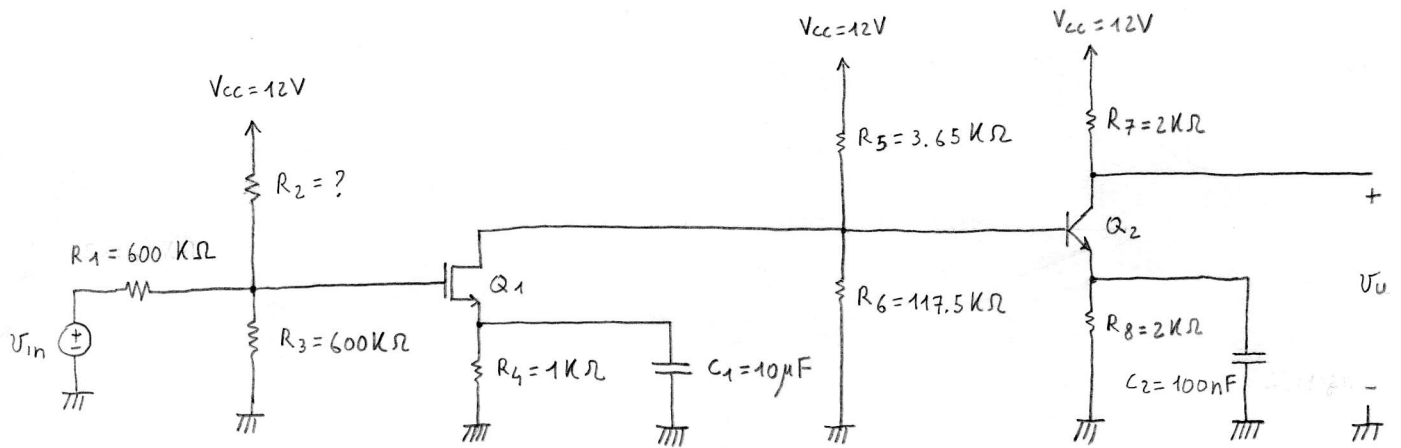
$$V_u = V^- + R i_{D2} = 0 - R \frac{V_i}{R} = -V_i$$

$$V_{AK1} = V^- - V_u = -V_u = V_i < 0$$

abbiamo quindi verificato le ipotesi su entrambi i diodi e $V_u = -V_i$

]

2)



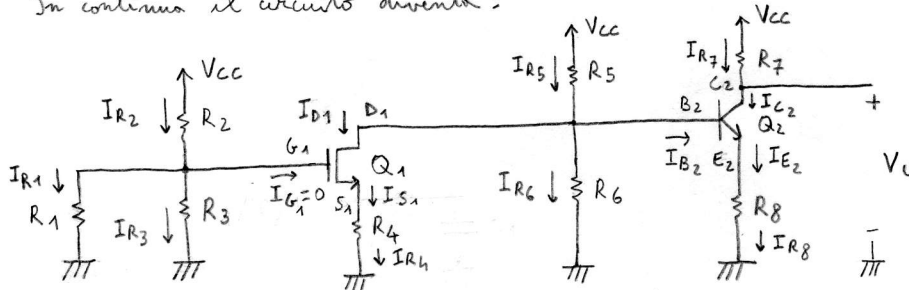
per Q_1 : $V_T = 2.05 \text{ V}$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.4875 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

a riposo: $V_U = 8.02 \text{ V}$

per Q_2 : $h_{FE} = 199$

In continua il circuito diventa:



$$V_U = 8.02 \text{ V} = V_{C2}$$

$$I_{R7} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_7} = 1.93 \text{ mA} = I_{C2}$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE}} = 10 \mu\text{A} > 0$$

$$I_{E2} = I_{B2} + I_{C2} = 2 \text{ mA} = I_{R8}$$

$$V_{E2} = R_8 I_{R8} = 4 \text{ V}$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4.02 \text{ V} > V_{CE_{sat}} \approx 0.1 \text{ V} \rightarrow \text{ipotesi 1 verificata}$$

$$V_{B2} = V_{E2} + V_{BE} = 4.7 \text{ V} = V_{D1}$$

$$I_{R5} = \frac{V_{CC} - V_{B2}}{R_5} = 2 \text{ mA}$$

$$I_{R6} = \frac{V_{B2}}{R_6} = 40 \mu\text{A}$$

$$I_{D1} = I_{R5} - I_{B2} - I_{R6} = 1.95 \text{ mA}$$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D1} = K (V_{GS1} - V_T)^2 \quad \text{con} \quad K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 0.4875 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

$$V_{GS1} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 4.05 \text{ V} > V_T = 2.05 \text{ V}$$

(si considera il segno "+" perché Q_1 è un nmos)
(e un nmos conduce se $V_{GS} > V_T$)

$$I_{G1} = 0 \rightarrow I_{S1} = I_{D1} = 1.95 \text{ mA} = I_{R4}$$

$$V_{S1} = R_4 I_{R4} = 1.95 \text{ V}$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 2.75 \text{ V} > V_{GS1} - V_T = 2 \text{ V} \rightarrow \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$V_{G1} = V_{GS1} + V_{S1} = 6 \text{ V}$$

$$I_{R1} = \frac{V_{G1}}{R_1} = 10 \mu\text{A}$$

$$I_{R3} = \frac{V_{G1}}{R_3} = 10 \mu\text{A}$$

$$I_{R2} = I_{R1} + I_{R3} + I_{G1} = I_{R1} + I_{R3} = 20 \mu\text{A}$$

$$R_2 = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{I_{R2}} = 300 \text{ k}\Omega$$

$$\left[g_{m1} = \frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}} \right]_Q = 2 \text{ K} (V_{GS1} - V_T) = 1.95 \frac{\text{mA}}{\text{V}} \quad \text{NON RICHIESTO}$$

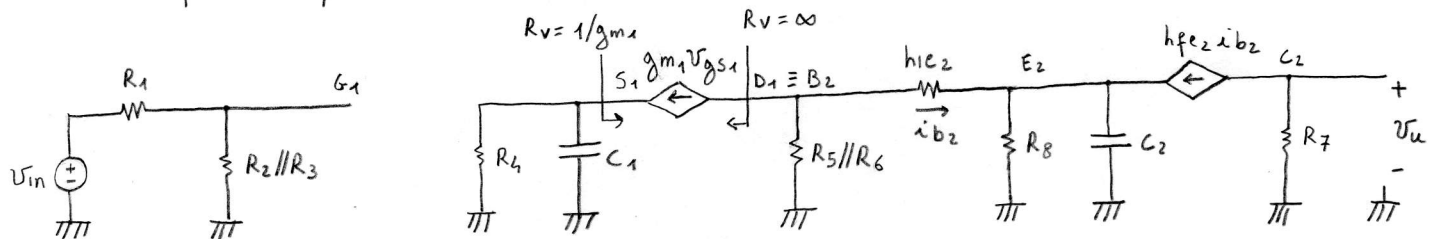
$$3) \quad R_2 = 400 \text{ k}\Omega$$

$$g_{m1} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

$$h_{fe2} = 200$$

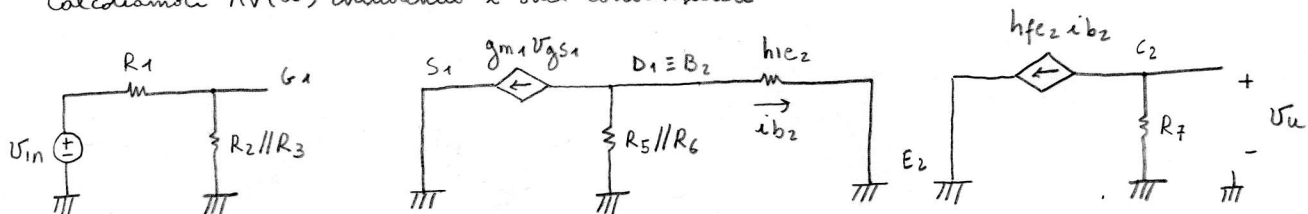
$$h_{ie2} = 5 \text{ k}\Omega$$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$$V_u = -h_{fe2} i_{b2} R_7$$

$$i_{b2} = -g_{m1} V_{GS1} \frac{R_5 // R_6}{(R_5 // R_6) + h_{ie2}} \quad (\text{partitore di corrente})$$

$$V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{G1} = V_{in} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + (R_2 // R_3)}$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_{in}} = h_{fe2} R_7 g_{m1} \frac{R_5 // R_6}{(R_5 // R_6) + h_{ie2}} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + (R_2 // R_3)} = 94.7479 \quad (\text{positivo, come \(\epsilon\) giusto che})$$

sia dato che si tratta della cascata di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente)

$$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 39.5314 \text{ dB}$$

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 2$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$$R_{vc1} = R_4 // \frac{1}{g_{m1}} = 333.3 \Omega$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{vc1}} = 300 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 47.7465 \text{ Hz}$$

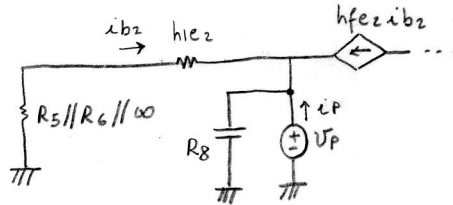
la V_u si annulla per la s per cui $R_4 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ (in quanto, detta $Z_{S1} = R_4 // \frac{1}{C_1 s}$, abbiamo che $V_{GS1} = V_{G1} - V_{S1} = V_{G1} - Z_{S1} g_{m1} V_{GS1} \rightarrow V_{GS1} (1 + Z_{S1} g_{m1}) = V_{G1} \rightarrow V_{GS1} = \frac{V_{G1}}{1 + Z_{S1} g_{m1}}$, per cui V_{GS1} , e quindi V_u , si annulla se $Z_{S1} = \infty$)

$$R_4 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_4 \frac{1}{C_1 s}}{R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_4 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_4 C_1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{R_4 C_1} = 100 \text{ rad/s} \rightarrow$$

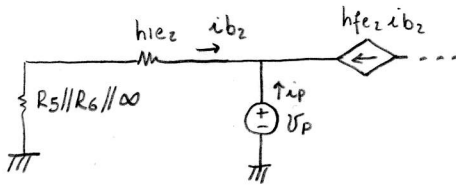
$$f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 15.9155 \text{ Hz}$$

$$R_{Vc2} = R_8 // \left[\frac{h_{ie2} + R_5 // R_6 // \infty}{h_{fe2} + 1} \right] = R_8 // \left[\frac{h_{ie2} + R_5 // R_6}{h_{fe2} + 1} \right] = 41.6039 \Omega$$

perciò abbiamo:



$R_{Vc2} = R_8 // R_V^*$; per calcolare R_V^* si considera il circuito:



$$V_P = -(h_{ie2} + R_5 // R_6 // \infty) i_{b2}$$

$$i_P = -(h_{fe2} + 1) i_{b2}$$

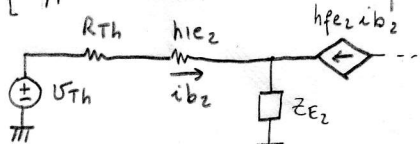
$$R_V^* = \frac{V_P}{i_P} = \frac{h_{ie2} + R_5 // R_6 // \infty}{h_{fe2} + 1}$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{Vc2}} = 240362.0877 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 38254.8144 \text{ Hz}$$

la V_u si annulla per la s per cui $R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ (in quanto in tali condizioni $R_8 // \frac{1}{C_2 s}$ è un ramo aperto e quindi abbiamo $i_{b2} = -h_{fe2} i_{b2} \rightarrow$

$$i_{b2} (1 + h_{fe2}) = 0 \rightarrow i_{b2} = 0 \quad \left[\text{oppure: se facciamo un equivalente di Thevenin di tutto ciò che è a sinistra di } h_{ie2}, \text{ abbiamo} \right]$$

ministra di h_{ie2} , abbiamo



per cui $V_{Th} = R_{Th} i_b + h_{ie2} i_b + Z_{E2} (h_{fe2} + 1) i_{b2} \rightarrow$
(con $Z_{E2} = R_8 // \frac{1}{C_2 s}$)

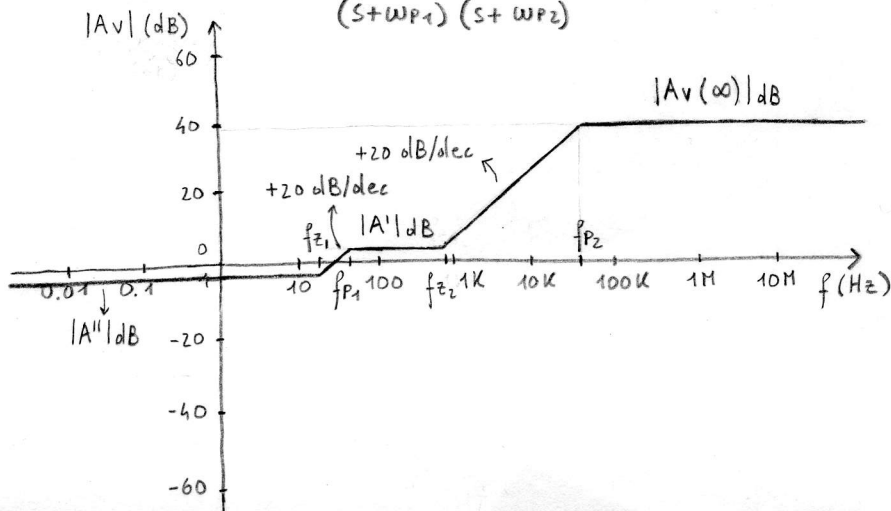
$$i_{b2} = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + h_{ie2} + Z_{E2} (h_{fe2} + 1)} \quad \text{che va a 0 per } Z_{E2} = \infty \quad \left[\text{per cui } h_{fe2} i_{b2} = 0 \text{ e } V_u = 0 \right]$$

$$R_8 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_8 \frac{1}{C_2 s}}{R_8 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_8}{1 + R_8 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_2} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{R_8 C_2} = 5 \text{ Krad/s} \rightarrow$$

$$f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 795.7747 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



NON RICHIESTO

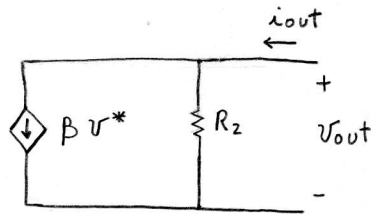
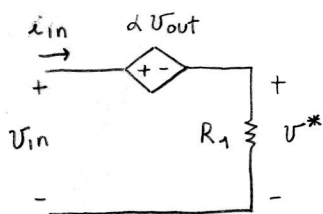
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 1.9708$$

$$|A'|_{dB} = 5.8927 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 0.6569$$

$$|A''|_{dB} = -3.6498 \text{ dB}$$

4)



$$\begin{cases} i_{out} = h_f i_{in} + h_o V_{out} \\ V_{in} = h_i i_{in} + h_r V_{out} \end{cases}$$

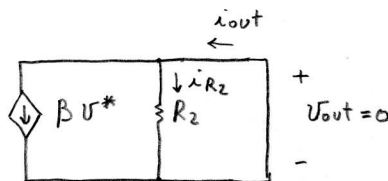
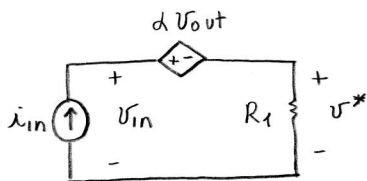
$$\rightarrow h_f = \frac{i_{out}}{i_{in}} \Big|_{V_{out}=0}$$

$$h_i = \frac{V_{in}}{i_{in}} \Big|_{V_{out}=0}$$

$$h_o = \frac{i_{out}}{V_{out}} \Big|_{i_{in}=0}$$

$$h_r = \frac{V_{in}}{V_{out}} \Big|_{i_{in}=0}$$

per calcolare h_f e h_i imponiamo $V_{out}=0$ (cioè cortocircuitiamo la porta di uscita)

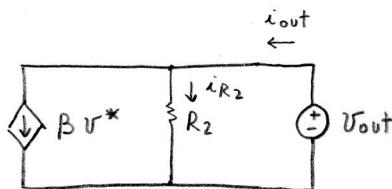
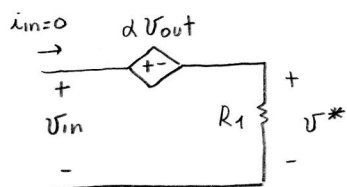


$$i_{R2} = \frac{V_{out}}{R_2} = \frac{0}{R_2} = 0 \rightarrow i_{out} = \beta V^*$$

$$V^* = R_1 i_{in} \rightarrow i_{out} = \beta R_1 i_{in} \rightarrow h_f = \frac{i_{out}}{i_{in}} \Big|_{V_{out}=0} = \beta R_1$$

$$V_{out}=0 \rightarrow \alpha V_{out}=0 \rightarrow V_{in} = V^* = R_1 i_{in} \rightarrow h_i = \frac{V_{in}}{i_{in}} \Big|_{V_{out}=0} = R_1$$

per calcolare h_o e h_r imponiamo $i_{in}=0$ (cioè apriamo la porta di ingresso)

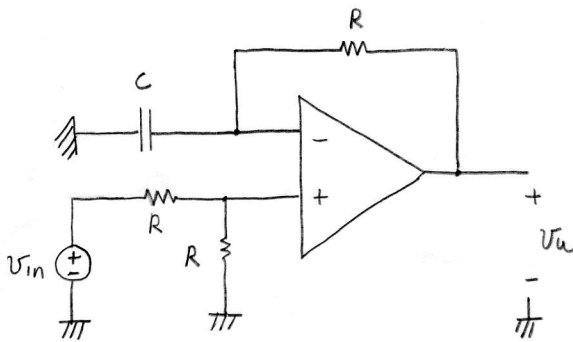


$$i_{in}=0 \rightarrow V^* = R_1 i_{in} = 0 \rightarrow \beta V^* = 0 \rightarrow i_{out} = i_{R2}$$

$$i_{R2} = \frac{V_{out}}{R_2} = i_{out} \rightarrow h_o = \frac{i_{out}}{V_{out}} \Big|_{i_{in}=0} = \frac{1}{R_2}$$

$$V^* = 0 \rightarrow V_{in} = \alpha V_{out} \rightarrow h_r = \frac{V_{in}}{V_{out}} \Big|_{i_{in}=0} = \alpha$$

5)



$$C = 1 \mu F$$

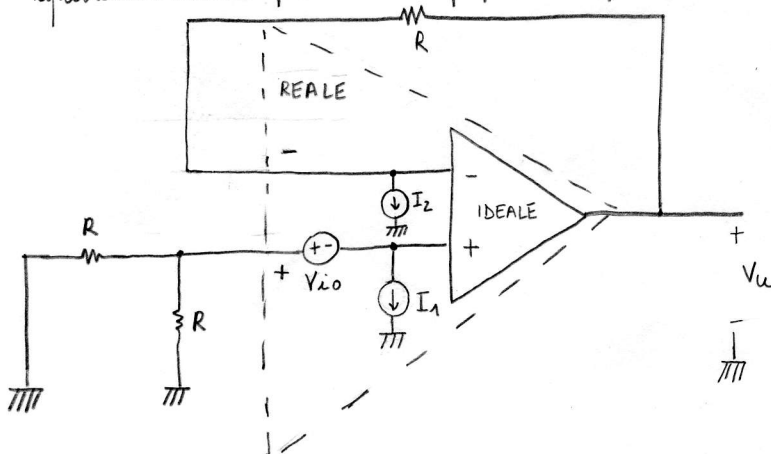
$$R = 2 K\Omega$$

$$|V_{io}|_{\max} = 6 \text{ mV}$$

$$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 100 \text{ nA}$$

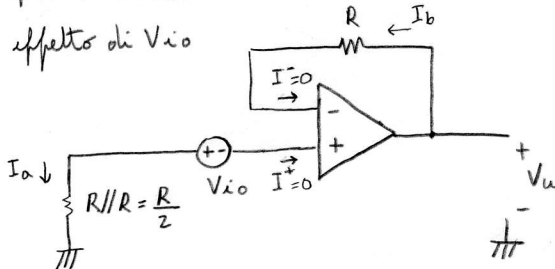
$$|I_{io}|_{\max} = |I_1 - I_2|_{\max} = 20 \text{ nA}$$

Per valutare l'effetto a regime sulla V_u dei soli generatori di offset (generatori in continuo) lavoriamo in continua (quindi apriamo C), disattiviamo V_{in} e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



dopo che calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di V_{io}



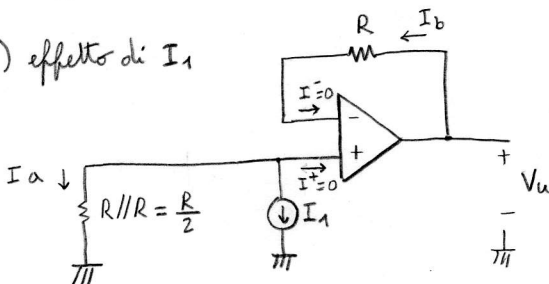
$$I^+ = 0 \rightarrow I_a = 0 \rightarrow V^+ = -V_{io}$$

$$V^- = V^+$$

$$I^- = 0 \rightarrow I_b = 0 \rightarrow V_u = V^-$$

$$V_u = V^- = V^+ = -V_{io}$$

b) effetto di I_1



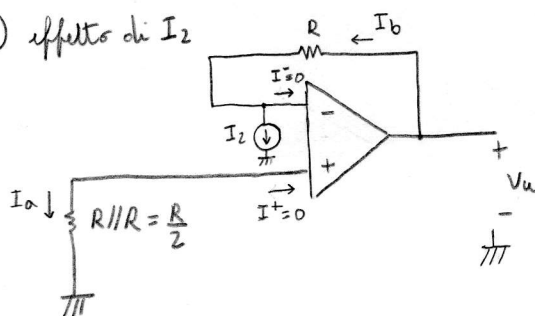
$$I^+ = 0 \rightarrow I_a = -I_1 \rightarrow V^+ = -\frac{R}{2} I_1$$

$$V^- = V^+$$

$$I^- = 0 \rightarrow I_b = 0 \rightarrow V_u = V^-$$

$$V_u = V^- = V^+ = -\frac{R}{2} I_1$$

c) effetto di I_2



$$I^+ = 0 \rightarrow I_a = 0 \rightarrow V^+ = 0$$

$$V^- = V^+$$

$$I^- = 0 \rightarrow I_b = I_2 \rightarrow V_u = V^- + R I_b$$

$$V_u = 0 + R I_2 = R I_2$$

complessivamente abbiamo che

$$V_u = -V_{i0} - \frac{R}{2} I_1 + R I_2 = -V_{i0} - \frac{R}{2} \left(I_B + \frac{I_{i0}}{2} \right) + R \left(I_B - \frac{I_{i0}}{2} \right) = -V_{i0} + \underbrace{\frac{R}{2} I_B}_{0.1 \text{ mV}} - \frac{3}{4} R I_{i0}$$

$$\left[\begin{cases} I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} \\ I_{i0} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2 I_B \\ I_1 - I_2 = I_{i0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 I_1 = 2 I_B + I_{i0} \\ 2 I_2 = 2 I_B - I_{i0} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \frac{I_{i0}}{2} \\ I_2 = I_B - \frac{I_{i0}}{2} \end{cases} \right]$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto $\left(+\frac{R}{2} I_B \right)$ è positivo, per ottenere la V_u di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi $(-V_{i0} \text{ e } -\frac{3}{4} R I_{i0})$ il valore di modulo massimo e positivo, quindi scegliere $V_{i0} = -6 \text{ mV}$ e $I_{i0} = -20 \text{ nA}$, ottenendo così

$$|V_u|_{\max} = \left| 6 \text{ mV} + 0.1 \text{ mV} + \frac{3}{4} \cdot 2 \text{ k}\Omega \cdot 20 \text{ nA} \right| = \left| 6 \text{ mV} + 0.1 \text{ mV} + 0.03 \text{ mV} \right| = 6.13 \text{ mV}$$