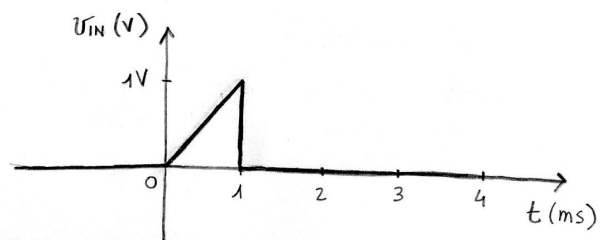
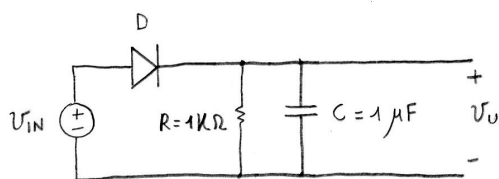


ESERCIZIO N°1

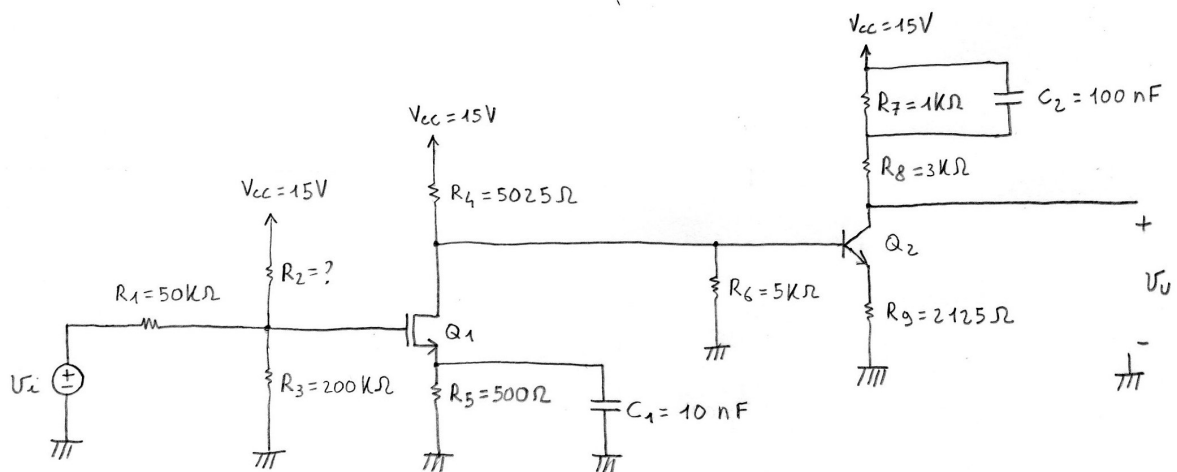
6 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra nella seguente figura. Ipotizzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 4$ ms, della tensione $v_U(t)$ in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra nella figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto e si trovino i due istanti di tempo in cui la $v_U(t) = e^{-1} \text{ V} \approx 0.36788 \text{ V}$. Si consideri il diodo ideale.

**ESERCIZIO N°2**

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 7.04 V, si ricavi il valore della resistenza R_2 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



$$\text{per } Q_1: \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

$$V_T = 1 \text{ V}$$

$$(V_U)_Q = 7.04 \text{ V}$$

$$\text{per } Q_2: h_{FE} = 199$$

ESERCIZIO N°3

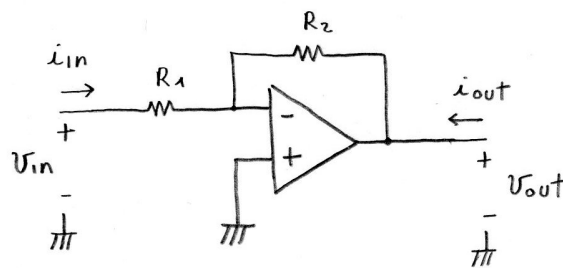
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2=300\text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_m=2\text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{ie}=5\text{ K}\Omega$, $h_{fe}=200$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s)=V_u/V_{in}$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e se ne disegni il diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

Si ricavino i parametri r per il quadripolo mostrato nella seguente figura. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.

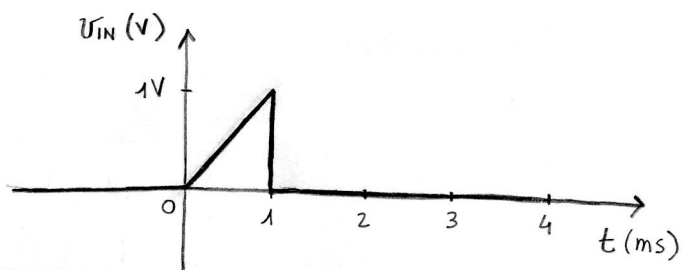
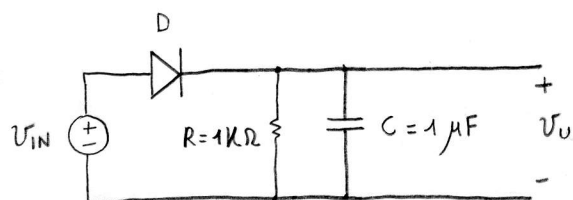


ESERCIZIO N°5

6.5 punti (4)

Componendo opportunamente due filtri del primo ordine, si disegni lo schema circuitale e si dimensiona un filtro passa-banda, con limite inferiore di banda $\omega_L=100\text{ rad/s}$, limite superiore di banda $\omega_H=10\text{ Krad/s}$ e guadagno in banda passante pari a -2. Si progetti il circuito in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e da quella del carico. Si considerino gli amplificatori operazionali ideali.

1)

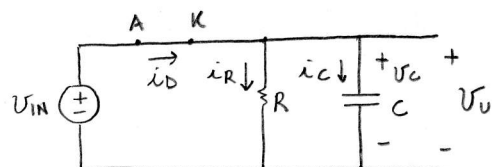


(si tratta di un rivelatore di inviluppo positivo)

C inizialmente è scarico: $V_C(0) = 0$

partendo da $t=0$, inizialmente la V_{IN} cresce e diventa >0 ; visto che invece la tensione sul catodo del diodo (rispetto al nodo inferiore) è nulla, presumibilmente D conduce

ipotesi: D in conduzione



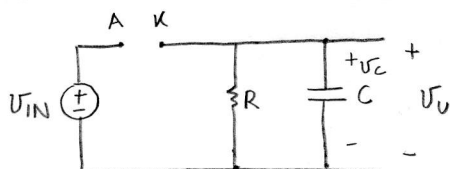
$$V_U = V_{IN} \quad \text{cioè} \quad V_U(t) = \frac{1V}{1ms} \cdot t$$

$$\text{verifica dell'ipotesi: } i_D = i_R + i_C = \frac{V_U}{R} + C \frac{dV_C}{dt} = \frac{V_{IN}}{R} + C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0$$

questo è vero per $0 < t < 1ms$ perché in questo intervallo di tempo $V_{IN} > 0 \rightarrow \frac{V_{IN}}{R} > 0$ e $\frac{dV_{IN}}{dt} = \frac{1V}{1ms} > 0 \rightarrow C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0$, per cui sicuramente $\frac{V_{IN}}{R} + C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0$;

in $t=1ms$ abbiamo che $\frac{dV_{IN}}{dt} = -\infty$, per cui $\frac{V_{IN}}{R} + C \frac{dV_{IN}}{dt} < 0$ e l'ipotesi cade, per cui il diodo si interdice

ipotesi: D interdetto



il condensatore C si scarica sulla resistenza R partendo dal valore di tensione che aveva alla fine della fase precedente ($t=1ms$), cioè 1V, quindi abbiamo una carica esponenziale con questo andamento:

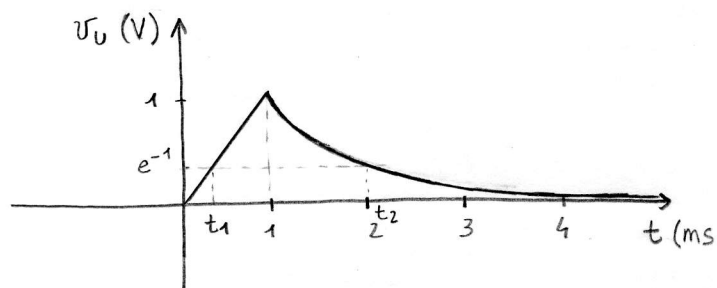
$$V_U(t) = V_C(t) = (1V) \cdot e^{-\frac{t-1ms}{RC}}$$

$$\text{con } RC = 1ms$$

$$\text{verifica dell'ipotesi: } V_{AK} < 0 \rightarrow V_{IN} - V_U < 0 \rightarrow V_{IN} < V_U$$

poiché V_U si mantiene >0 mentre $V_{IN}=0$, per $t > 1ms$ il diodo rimane interdetto.

Quindi abbiamo:



$$V_U(t) = \begin{cases} \frac{1V}{1ms} \cdot t & \text{per } t < 1ms \\ 1V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{1ms}} & \text{per } t > 1ms \end{cases}$$

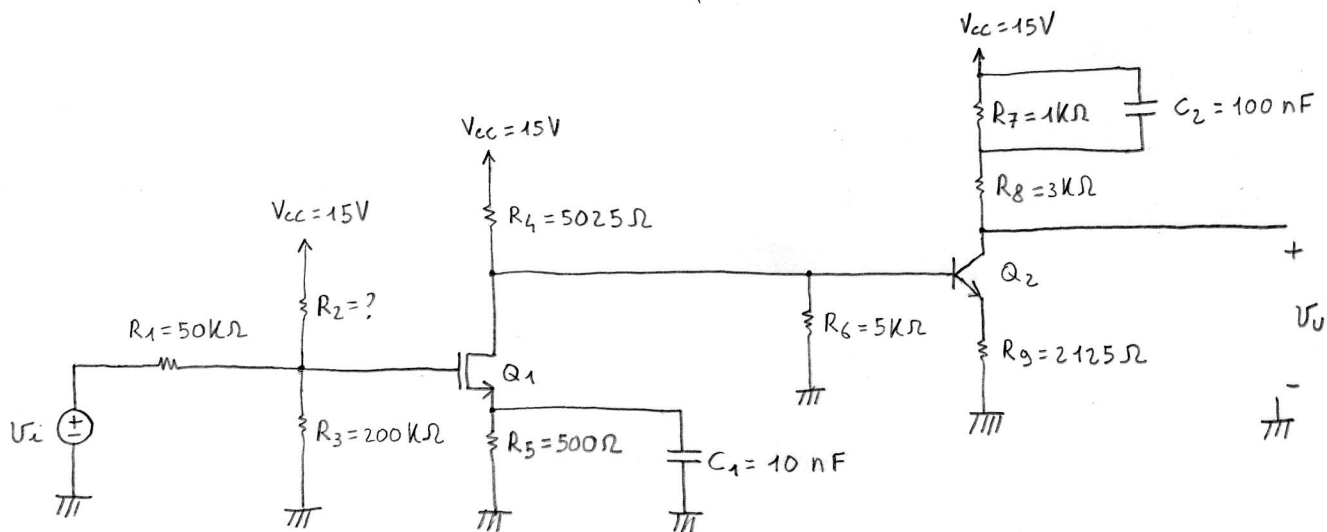
(per $t < 1ms$ D conduce,
per $t > 1ms$ D è interdetto)

che è pari a $e^{-1} V \approx 0.36788 V$ per $\frac{1V}{1ms} \cdot t_1 = e^{-1} V \rightarrow t_1 = \left(\frac{1}{e}\right) ms \approx 0.36788 ms$

e per $1V \cdot e^{-\frac{t-1ms}{1ms}} = e^{-1} V \rightarrow \frac{t-1ms}{1ms} = 1 \rightarrow$

$$t-1ms = 1ms \rightarrow t = 2ms$$

2)



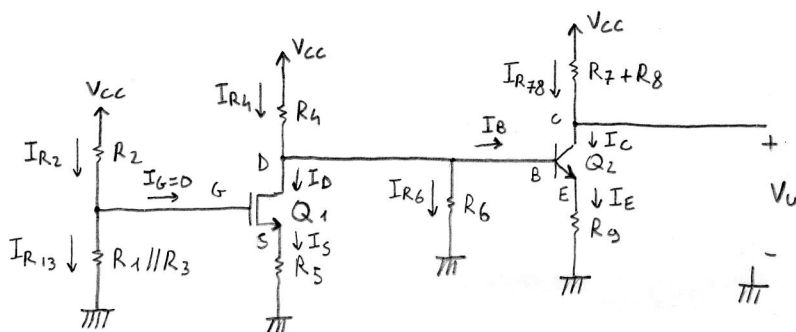
per Q_1 : $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$

$V_T = 1\text{ V}$

$(V_u)_Q = 7.04\text{ V}$

per Q_2 : $h_{FE} = 199$

In continuo il circuito diventa:



$V_u = V_C = 7.04\text{ V}$

$I_{R78} = \frac{V_{CC} - V_u}{R_7 + R_8} = 1.99\text{ mA} = I_C$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = 10\text{ }\mu\text{A} > 0$

$I_E = I_C + I_B = 2\text{ mA}$

$V_E = R_9 I_E = 4.25\text{ V}$

$V_{CE} = V_C - V_E = 2.79\text{ V} > V_{CEsat} \approx 0.1\text{ V} \rightarrow$ ipotesi 1 verificata

$V_B = V_E + V_{BE} = 4.95\text{ V} = V_D$

$I_{R6} = \frac{V_B}{R_6} = 990\text{ }\mu\text{A}$

$I_{R4} = \frac{V_{CC} - V_B}{R_4} = 2\text{ mA}$

$(I_G = 0)$

$I_{R4} = I_D + I_{R6} + I_B \rightarrow I_D = I_{R4} - I_{R6} - I_B = 1\text{ mA} = I_S$

$V_S = R_5 I_S = 0.5\text{ V}$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

(dato che un nmos conduce se $V_{GS} > V_T$, si scarta la soluzione col -)

$I_D = K (V_{GS} - V_T)^2 \rightarrow V_{GS} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_D}{K}} = 2\text{ V} > V_T \rightarrow *$

$$V_G = V_{GS} + V_S = 2.5 \text{ V}$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = 4.45 \text{ V} > V_{GS} - V_T = 1 \text{ V} \xrightarrow{*} \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$I_{R13} = \frac{V_G}{R_1 // R_3} = 62.5 \mu\text{A} \quad \left(\text{in particolare: nella } R_1 \text{ scorre } I_{R1} = \frac{V_G}{R_1} = 50 \mu\text{A}, \text{ nella } R_3 \text{ scorre } I_{R3} = \frac{V_G}{R_3} = 12.5 \mu\text{A} \right)$$

$$I_G = 0 \rightarrow I_{R2} = I_{R13} = 62.5 \mu\text{A}$$

$$R_2 = \frac{V_{CC} - V_G}{I_{R2}} = 200 \text{ k}\Omega$$

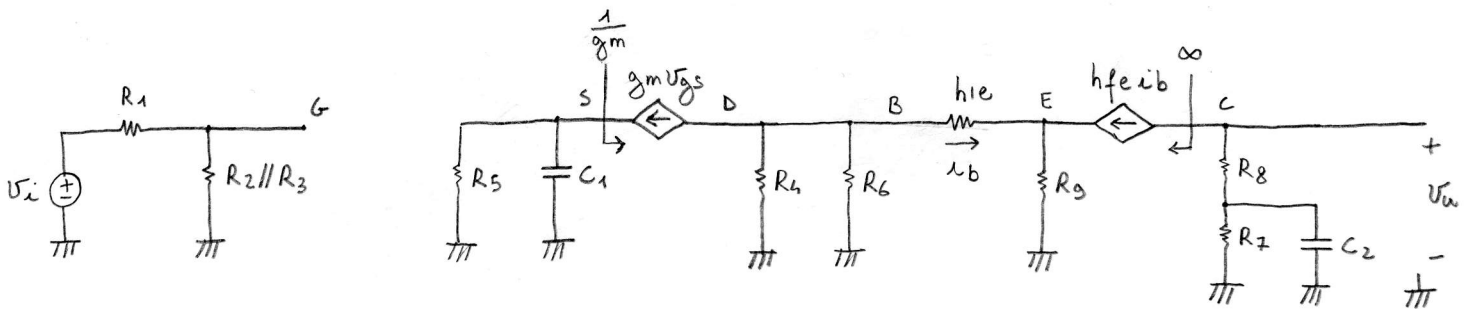
$$3) \quad g_{m1} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$$

$$h_{ie2} = 5 \text{ k}\Omega$$

$$h_{fe2} = 200$$

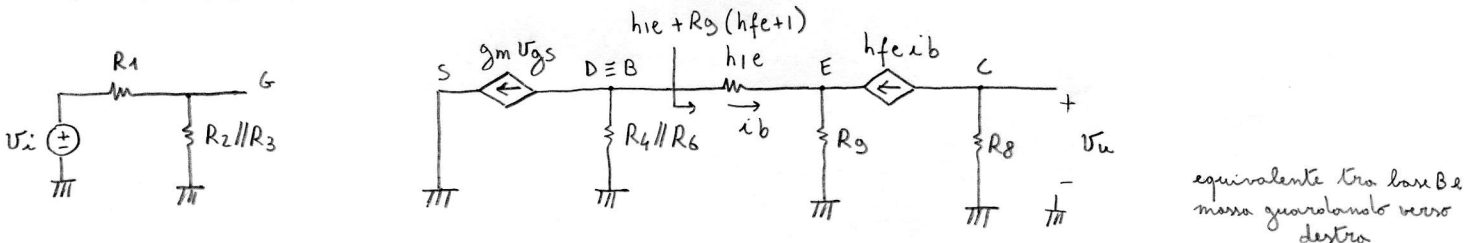
$$R_2 = 300 \text{ k}\Omega$$

Il circuito equivalente per le variazioni è:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

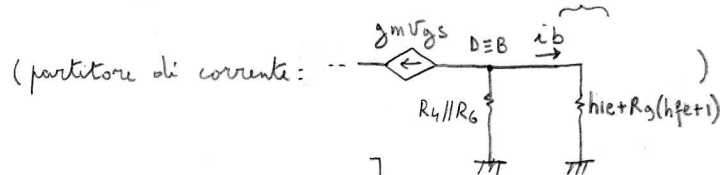
Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



equivalente tra base B2
massa guardando verso
destra

$$V_u = -h_{fe} i_b R_8$$

$$i_b = -g_m V_{gs} \frac{R_4 // R_6}{(R_4 // R_6) + (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))}$$



$$\left[\begin{aligned} \text{oppure: } V_b &= h_{ie} i_b + R_9 (h_{fe} + 1) i_b \\ i_{R4 // R6} &= \frac{V_b}{R_4 // R_6} = \frac{h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1)}{R_4 // R_6} i_b \\ -g_m V_{gs} &= i_{R4 // R6} + i_b = \frac{(R_4 // R_6) + (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))}{R_4 // R_6} i_b \rightarrow \\ i_b &= -g_m V_{gs} \frac{R_4 // R_6}{(R_4 // R_6) + (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))} \quad (*) \end{aligned} \right]$$

$$V_{gs} = V_g - V_s = V_g$$

$$V_g = V_i \frac{R_2 // R_3}{R_1 + (R_2 // R_3)}$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = h_{fe} R_8 g_m \frac{R_4 // R_6}{(R_4 // R_6) + (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))} \frac{R_2 // R_3}{R_1 + (R_2 // R_3)} = 4.884435 \quad (\text{positivo, come deve essere visto che il primo stadio è a source comune, invertente, e il secondo stadio è a emettitore comune, invertente})$$

$$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 13.776 \text{ dB}$$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni con C_1 e C_2)

$$R_{VC1} = R_5 // \frac{1}{g_m} = 250 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 400'000 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 63661.977 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché in tale condizione si annulla v_{gs} (in quanto $v_{gs} = v_g - v_s = v_g - z_s g_m v_{gs} \rightarrow v_{gs} (1 + z_s g_m) = v_g \rightarrow v_{gs} = \frac{v_g}{1 + z_s g_m}$ che si annulla se $z_s = R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$)

per cui si annulla la i_b (che come abbiamo visto è una portazione di $-g_m v_{gs}$) e quindi la v_u

$$R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_5 \cdot \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_1} \rightarrow$$

$$\omega_{Z1} = \frac{1}{R_5 C_1} = 200'000 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 31830.988 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_7 // (R_8 + \infty) = R_7 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 10'000 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{P2} = 1591.5494 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_8 + (R_7 // \frac{1}{C_2 s}) = 0$ per in tale condizione è cortocircuitata

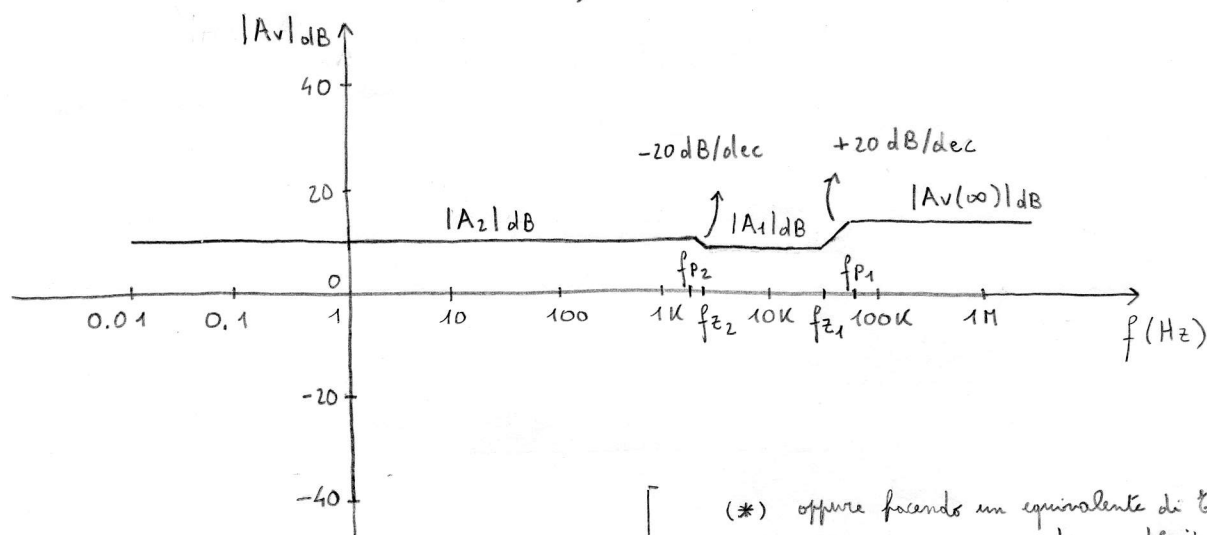
$$R_8 + R_7 // \frac{1}{C_2 s} = R_8 + \frac{R_7 \frac{1}{C_2 s}}{R_7 + \frac{1}{C_2 s}} = R_8 + \frac{R_7}{1 + R_7 C_2 s} = \frac{R_8 + R_7 R_8 C_2 s + R_7}{1 + R_7 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_7 + R_8 + R_7 R_8 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_7 + R_8}{R_7 R_8 C_2} = -\frac{1}{(R_7 // R_8) C_2} \rightarrow$$

$$\omega_{Z2} = \frac{1}{(R_7 // R_8) C_2} = 13'333.3 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 2122.066 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{Z1})(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



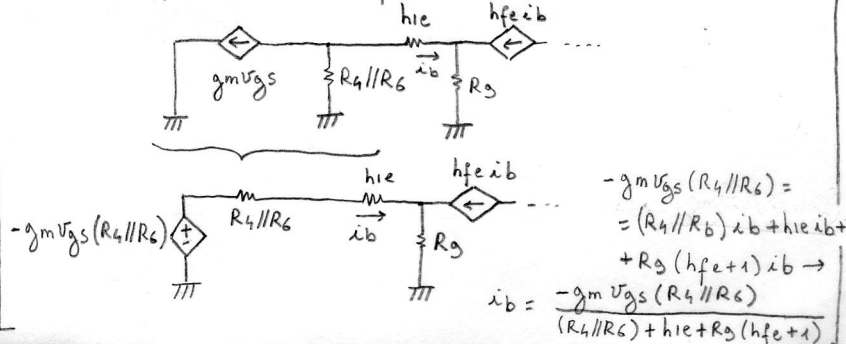
$$|A_1| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z1}}{f_{P1}} = 2.4422$$

$$|A_1|_{dB} = 7.76 \text{ dB}$$

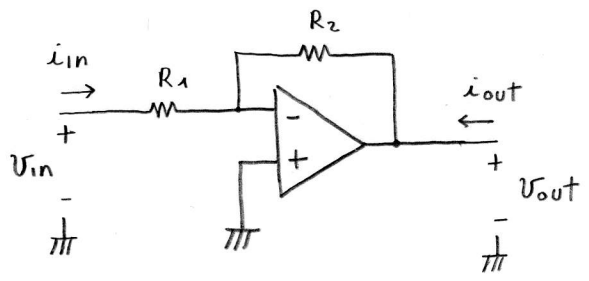
$$|A_2| = |A_1| \frac{f_{Z2}}{f_{P2}} = 3.2563$$

$$|A_2|_{dB} = 10.25 \text{ dB}$$

(*) oppure facendo un equivalente di Thevenin:

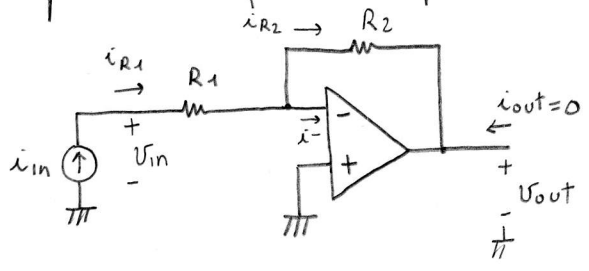


4)



$$\begin{cases} V_{out} = r_f i_{in} + r_o i_{out} \\ V_{in} = r_i i_{in} + r_r i_{out} \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} r_f &= \left. \frac{V_{out}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} & r_o &= \left. \frac{V_{out}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0} \\ r_i &= \left. \frac{V_{in}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} & r_r &= \left. \frac{V_{in}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0} \end{aligned}$$

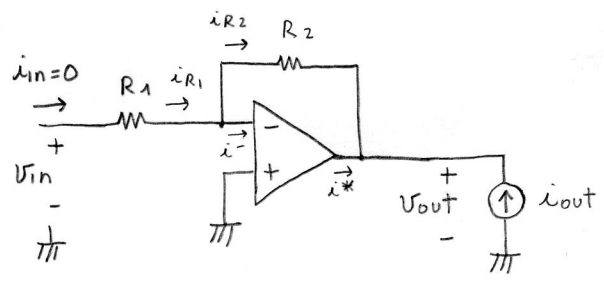
per calcolare r_f e r_i imponiamo $i_{out}=0$ (cioè apriamo la porta di uscita)



per il c.c.v. $V^- = V^+ = 0 \rightarrow V_{in} = R_1 i_{in} + V^- = R_1 i_{in} \rightarrow r_i = \frac{V_{in}}{i_{in}} = R_1$

per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R2} = i_{R1} = i_{in} \rightarrow V_{out} = V^- - R_2 i_{R2} = -R_2 i_{in} \rightarrow r_f = \frac{V_{out}}{i_{in}} = -R_2$

per calcolare r_o e r_r imponiamo $i_{in}=0$ (cioè apriamo la porta di ingresso)

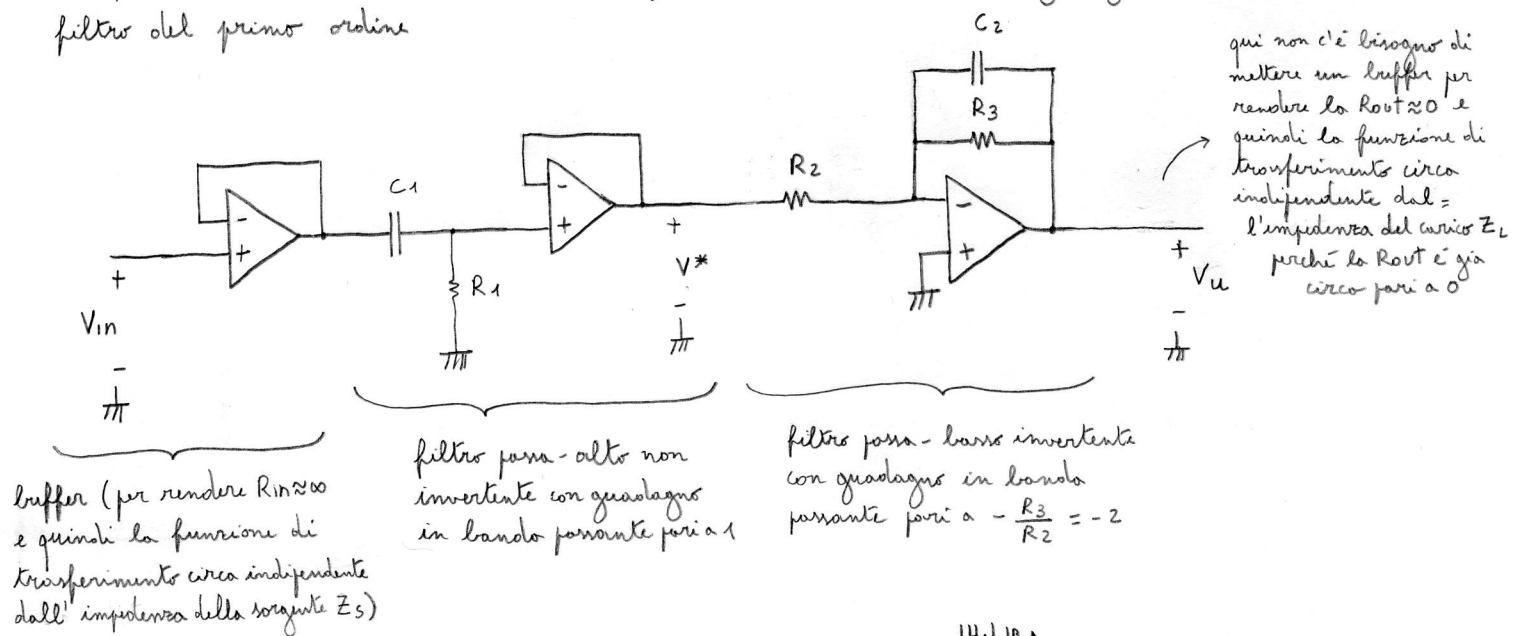


per il c.c.v. $V^- = V^+ = 0 \rightarrow V_{in} = R_1 i_{in} + V^- = R_1 i_{in} = 0 \rightarrow r_r = \frac{V_{in}}{i_{out}} = 0$

per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow i_{R2} = i_{R1} = i_{in} = 0 \rightarrow V_{out} = V^- - R_2 i_{R2} = 0 \rightarrow r_o = \frac{V_{out}}{i_{out}} = 0$

[ricordiamo che in generale la corrente i^* che esce dall'amplificatore operazionale non è nulla]

- 5) filtro passa-banda con $\omega_L = 100 \text{ rad/s}$, $\omega_H = 10 \text{ Krad/s}$, $H_{CB} = -2$ in banda passante indipendentemente da Z_S e Z_L ; ad esempio concentriamo tutto il guadagno -2 nel secondo filtro del primo ordine



$$H_1 = \frac{V^*}{V_{in}} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1 C_1 s}{1 + R_1 C_1 s} = \frac{s}{s + \frac{1}{R_1 C_1}} = \frac{s}{s + \omega_L}$$

$$H_2 = \frac{V_u}{V_{in}} = -\frac{R_3 \parallel \frac{1}{C_2 s}}{R_2} = -\frac{\frac{R_3}{1 + R_3 C_2 s}}{R_2} = -\frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_H}} = \frac{-\frac{R_3}{R_2}}{1 + \frac{s}{\omega_H}} \quad \left(\omega_H = \frac{1}{R_3 C_2} \right)$$

$$H = \frac{V_u}{V_{in}} = H_1 H_2 = \left(-\frac{R_3}{R_2} \right) \cdot \frac{s}{(s + \omega_L) \left(1 + \frac{s}{\omega_H} \right)}$$

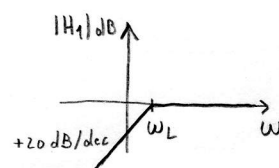
per $\omega_L \ll |s| \ll \omega_H$ $H \approx -\frac{R_3}{R_2}$

quindi dobbiamo imporre

$$\omega_L = \frac{1}{R_1 C_1} = 100 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ ad es. } R_1 = 10 \text{ K}\Omega, C_1 = 1 \mu\text{F}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_3 C_2} = 10 \frac{\text{Krad}}{\text{s}}, \text{ ad es. } R_3 = 10 \text{ K}\Omega, C_2 = 10 \text{ nF}$$

$$-\frac{R_3}{R_2} = -2 \rightarrow R_2 = \frac{R_3}{2} = 5 \text{ K}\Omega$$



$$\left(\omega_L = \frac{1}{R_1 C_1} \right)$$

