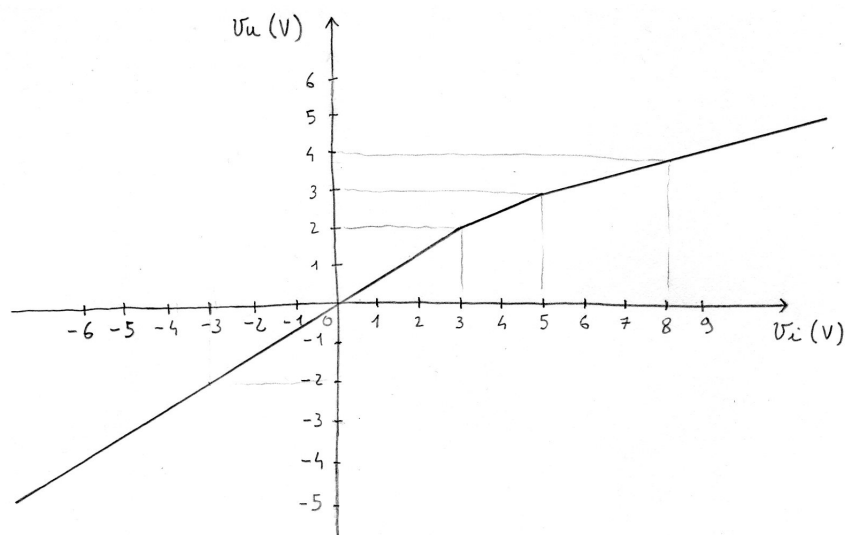


Scheda: A20_05		Data: 3 luglio 2020
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

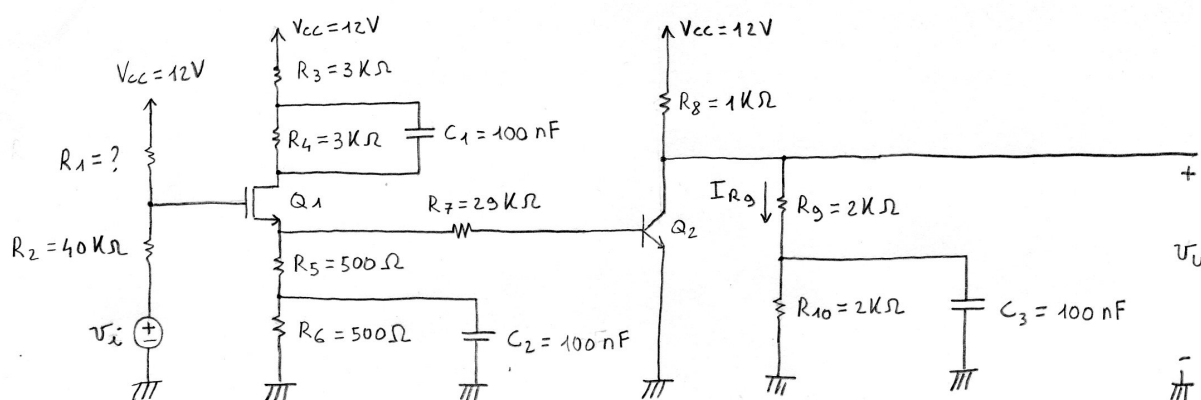
Si progetti e si dimensioni un circuito che possieda la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la corrente I_{R9} a riposo è pari a 2 mA, si ricavi il valore della resistenza R_1 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1 : $V_T = 2.01 \text{ V}$; $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$; per Q_2 : $h_{FE} = 200$;
 $(I_{R9})_Q = 2 \text{ mA}$

ESERCIZIO N°3

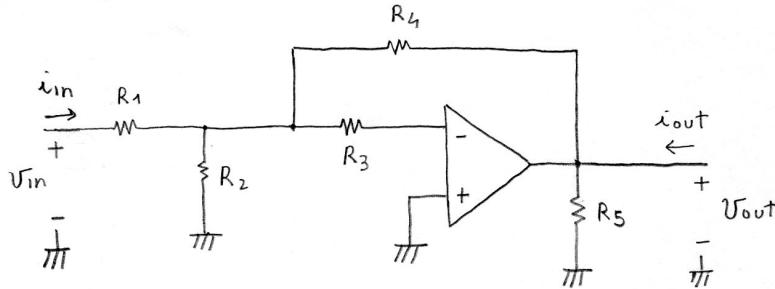
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_1 = 100 \text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_m = 2 \text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega$, $h_{fe} = 220$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4

6.5 punti (4)

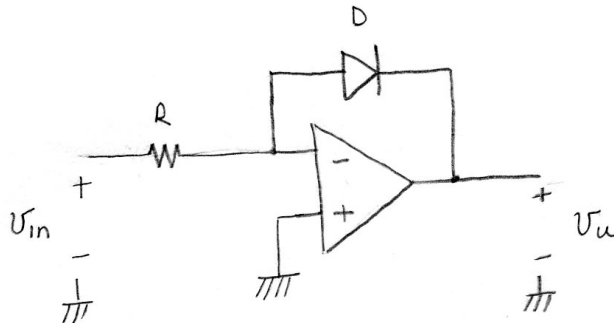
Si ricavino i parametri r per il quadripolo mostrato nella seguente figura. Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



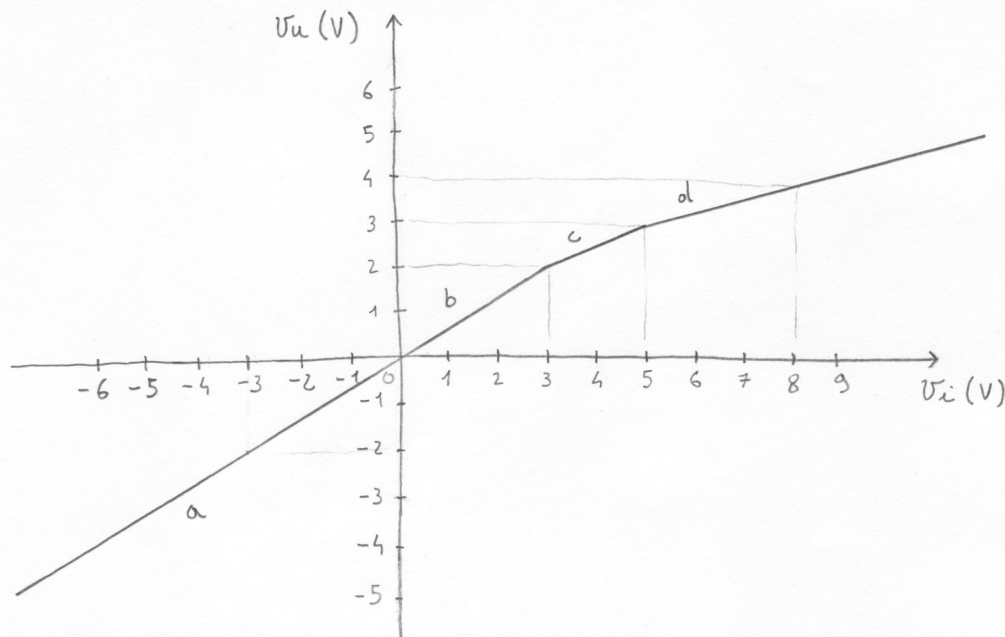
ESERCIZIO N°5

5.5 punti (4)

Per il circuito mostrato nella seguente figura, si trovi la relazione che lega la tensione di uscita alla tensione di ingresso, considerando l'amplificatore operazionale ideale e sfruttando per il diodo la relazione tra tensione e corrente data dall'equazione di Shockley: $i_D = I_S(e^{v_D/(\eta V_T)} - 1)$.

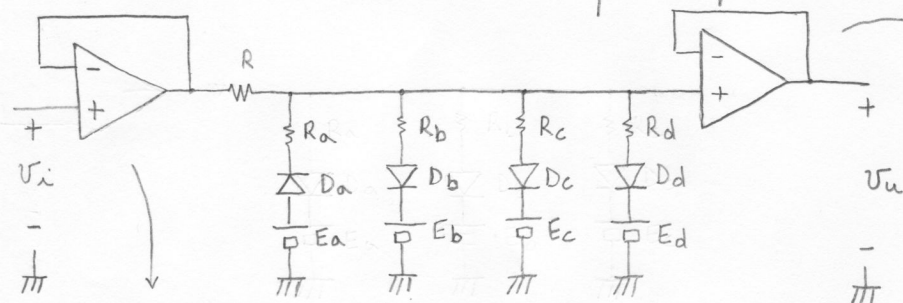


1)



la pendenza del 1° tratto (a partire da sinistra) è $\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i} = \frac{2-0}{3-0} = \frac{2}{3}$ (chiamiamo questo tratto "a" nel 3° quadrante, "b" nel 1° quadrante),
 la pendenza del 2° tratto è $\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i} = \frac{3-2}{5-3} = \frac{1}{2}$ (chiamiamo "c" questo 2° tratto),
 la pendenza del 3° tratto è $\frac{\Delta V_u}{\Delta V_i} = \frac{4-3}{8-5} = \frac{1}{3}$ (chiamiamo "d" questo 3° tratto);

essendo le pendenze positive, ≤ 1 e decrescenti allontanandosi dall'origine, questa relazione può essere realizzata con una rete di questo tipo:



qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{out}=0$ e quindi un comportamento indipendente dal valore della resistenza di carico

qui ci mettiamo un buffer per avere $R_{in}=\infty$ e quindi un comportamento indipendente dalla resistenza della sorgente

ramo che implementano i tratti "b", "c" e "d" nel 1° quadrante

ramo che implementa il tratto "a" nel 3° quadrante

E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a=0$;

E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b=0$;

E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c=2V$;

E_d è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto d, quindi $E_d=3V$;

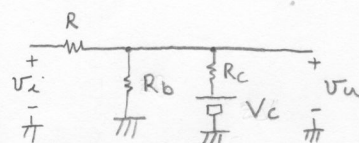
quando $V_i < 0$ conduce solo il 1° diodo, la $\frac{\partial V_u}{\partial V_i} = \frac{R_a}{R+R_a}$, quindi per avere pendenza $\frac{2}{3}$ dobbiamo avere $\frac{R_a}{R+R_a} = \frac{2}{3} \rightarrow 3R_a = 2R + 2R_a \rightarrow R_a = 2R$;

quando $0 < V_i < 3V$ conduce solo il 2° diodo, la $\frac{\partial V_u}{\partial V_i} = \frac{R_b}{R+R_b}$, quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_b}{R+R_b} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_b = 2R + R_b \rightarrow R_b = 2R$;

questi primi due rami, che differiscono solo per l'orientazione del diodo, possono essere condensati in un unico ramo che differisce da uno solo per l'assenza del diodo;

quando $3V < V_i < 5V$ conducono il 2° e 3° diodo, quindi abbiamo

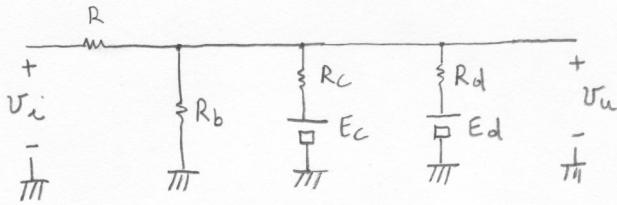
per cui $V_u = V_i \frac{R_b \parallel R_c}{R + R_b \parallel R_c} + V_c \frac{R \parallel R_b}{R_c + R \parallel R_b} \rightarrow \frac{\partial V_u}{\partial V_i} = \frac{R_b \parallel R_c}{R + R_b \parallel R_c}$



quindi per avere pendenza $\frac{1}{2}$ dobbiamo avere $\frac{R_b // R_c}{R + R_b // R_c} = \frac{1}{2} \rightarrow 2(R_b // R_c) = R + (R_b // R_c) \rightarrow$

$$R_b // R_c = R \rightarrow \frac{R_b R_c}{R_b + R_c} = R \rightarrow \frac{2R R_c}{2R + R_c} = R \rightarrow 2R_c = 2R + R_c \rightarrow R_c = 2R ;$$

quando $v_i > 5V$ conducono il 2°, 3° e 4° diodo, quindi abbiamo



per cui:
$$v_u = v_i \frac{R_b // R_c // R_d}{R + (R_b // R_c // R_d)} + E_c \frac{R // R_b // R_d}{R_c + (R // R_b // R_d)} + E_d \frac{R // R_b // R_c}{R_d + (R // R_b // R_c)} \rightarrow$$

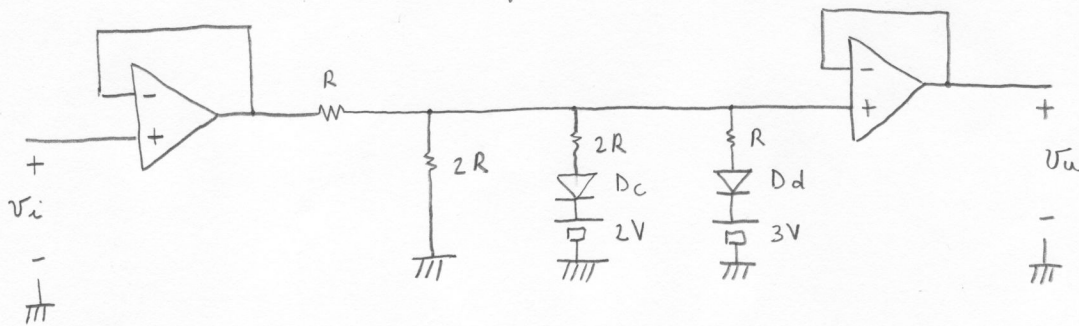
$$\frac{\partial v_u}{\partial v_i} = \frac{R_b // R_c // R_d}{R + (R_b // R_c // R_d)} , \text{ quindi per avere pendenza } \frac{1}{3} \text{ dobbiamo avere}$$

$$\frac{R_b // R_c // R_d}{R + (R_b // R_c // R_d)} = \frac{1}{3} \rightarrow 3(R_b // R_c // R_d) = R + (R_b // R_c // R_d) \rightarrow 2(R_b // R_c // R_d) = R \rightarrow$$

$$R_b // R_c = (2R) // (2R) = R$$

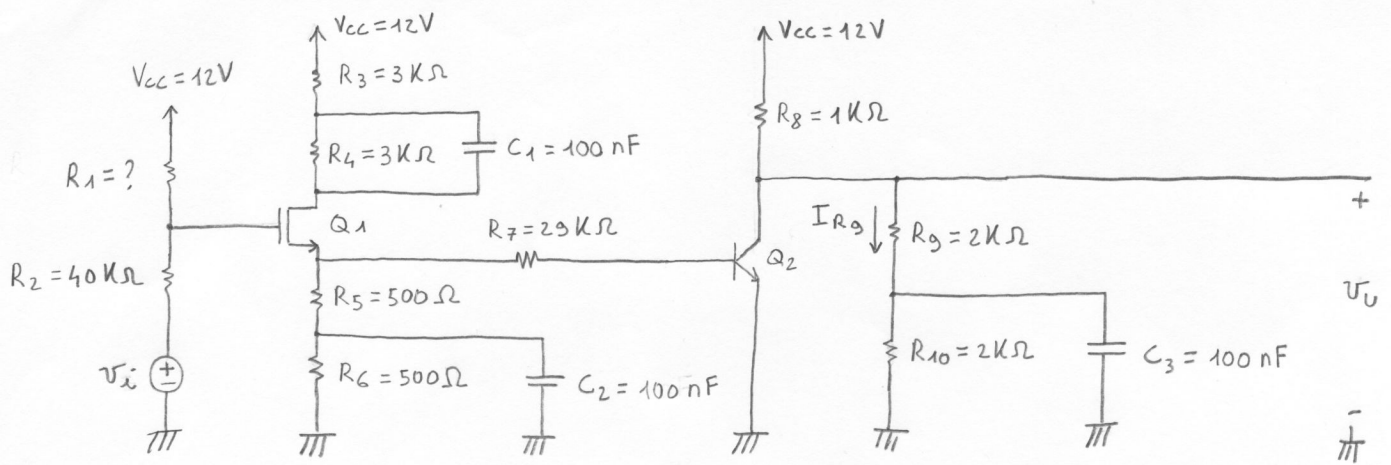
$$2(R // R_d) = R \rightarrow 2 \frac{R R_d}{R + R_d} = R \rightarrow 2R_d = R + R_d \rightarrow R_d = R$$

Quindi il circuito sarà il seguente:



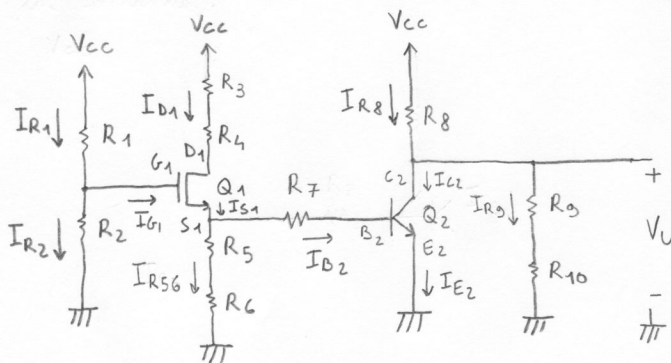
con ad esempio: $R = 1k\Omega$, $2R = 2k\Omega$

2)



per Q_1 : $V_T = 2.01 \text{ V}$; $\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$; per Q_2 : $h_{FE} = 200$;
 $(I_{R_9})_Q = 2 \text{ mA}$

In continuo:



$$I_{R_9} = 2 \text{ mA}$$

$$V_u = (R_9 + R_{10}) I_{R_9} = 8 \text{ V} = V_{C_2}$$

$$I_{R_8} = \frac{V_{CC} - V_{C_2}}{R_8} = 4 \text{ mA}$$

$$I_{C_2} = I_{R_8} - I_{R_9} = 2 \text{ mA}$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B_2} = \frac{I_{C_2}}{h_{FE}} = 10 \mu\text{A} > 0$$



ipotesi 1 verificata

$$I_{E_2} = I_{C_2} + I_{B_2} = 2.01 \text{ mA}$$

$$V_{B_2} = V_{E_2} + V_{BE} = V_{BE} = 0.7 \text{ V}$$

$$V_{CE_2} = V_{C_2} - V_{E_2} = V_{C_2} = 8 \text{ V} > V_{CE_{sat}} \approx 0.1 \text{ V}$$

$$V_{S_1} = V_{B_2} + R_7 I_{B_2} = 0.99 \text{ V}$$

$$I_{R_{56}} = \frac{V_{S_1}}{R_5 + R_6} = 0.99 \text{ mA}$$

$$I_{S_1} = I_{R_{56}} + I_{B_2} = 1 \text{ mA} = I_{D_1} \quad (\text{dato che } I_{G_1} = 0)$$

$$V_{D_1} = V_{CC} - I_{D_1} (R_3 + R_4) = 6 \text{ V}$$

$$I_{G_1} = 0$$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D_1} = K (V_{GS_1} - V_T)^2 \quad \text{con } K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

$$V_{GS_1} = V_T + \sqrt{\frac{I_{D_1}}{K}} = 3.01 \text{ V} > V_T = 2.01 \text{ V}$$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$$V_{DS_1} = V_{D_1} - V_{S_1} = 5.01 \text{ V} > V_{GS_1} - V_T = 1 \text{ V} \rightarrow \text{ipotesi 2 verificata}$$

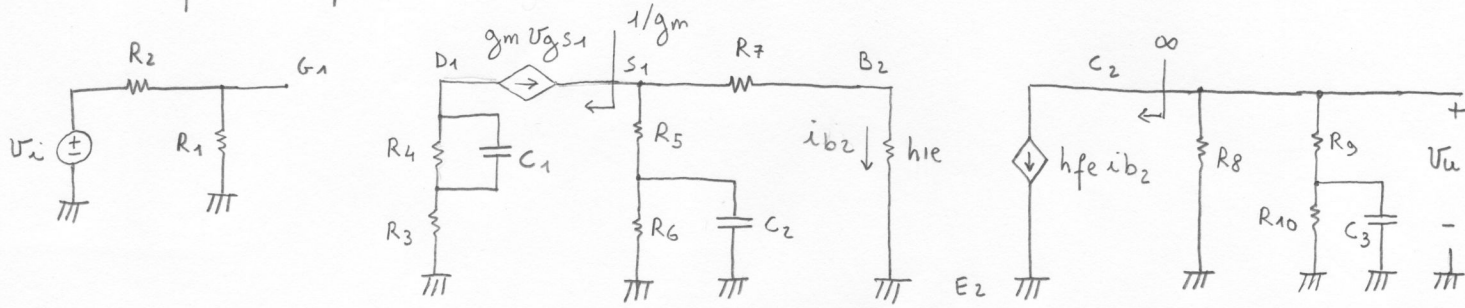
$$V_{G_1} = V_{S_1} + V_{GS_1} = 4 \text{ V}$$

$$I_{R_2} = \frac{V_{G_1}}{R_2} = 0.1 \text{ mA} = I_{R_1} \quad (\text{dato che } I_{G_1} = 0)$$

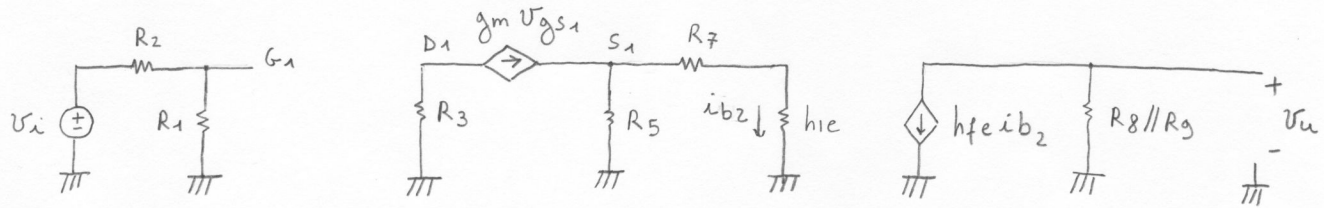
$$R_1 = \frac{V_{CC} - V_{G_1}}{I_{R_1}} = 80 \text{ k}\Omega$$

3) $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$
 per Q_1 : $g_m = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$; per Q_2 : $h_{fe} = 220$, $h_{ie} = 5 \text{ k}\Omega$

Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 3 poli
 calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:



$$V_u = -h_{fe} i_{b2} (R_8 \parallel R_9)$$

$$i_{b2} = g_m V_{gs1} \frac{R_5}{R_5 + R_7 + h_{ie}}$$

$$V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = V_{g1} - (R_5 \parallel (R_7 + h_{ie})) g_m V_{gs1} \rightarrow$$

$$V_{gs1} (1 + (R_5 \parallel (R_7 + h_{ie})) g_m) = V_{g1} \rightarrow V_{gs1} = \frac{V_{g1}}{1 + (R_5 \parallel (R_7 + h_{ie})) g_m}$$

$$V_{g1} = V_i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -h_{fe} (R_8 \parallel R_9) g_m \frac{R_5}{R_5 + R_7 + h_{ie}} \cdot \frac{1}{1 + (R_5 \parallel (R_7 + h_{ie})) g_m} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -1.52937$$

$$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 3.69 \text{ dB}$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a drain comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente, in cascata)

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 3$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3).

C_1 non ha alcuna influenza sulla V_u in quanto V_u dipende da V_{gs1} , ma V_{gs1} dipende da V_{g1} e da V_{s1} ma non da cosa c'è su $D_1 \rightarrow C_1$ introduce un polo e uno zero coincidenti ($\omega_{z1} = \omega_{p1}$)

$$R_{vc2} = R_6 \parallel (R_5 + (\frac{1}{g_m} \parallel (R_7 + h_{ie}))) = 332.5243 \Omega$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{vc2}} = 30.073 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 4786.265 \text{ Hz}$$

La V_u si annulla per lo s per cui $R_5 + R_6 \parallel \frac{1}{C_2 s} = 0$ perché in queste condizioni si annulla V_{s1} , quindi i_{b2} e di conseguenza V_u

$$R_5 + R_6 \parallel \frac{1}{C_2 s} = R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \frac{R_5 + R_5 R_6 C_2 s + R_6}{1 + R_6 C_2 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_5 R_6 C_2 s = -(R_5 + R_6) \rightarrow s = -\frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6 C_2} = -\frac{1}{C_2 (R_5 \parallel R_6)} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{C_2 (R_5 \parallel R_6)} = 40 \frac{\text{krad}}{\text{s}}$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 6366.2 \text{ Hz}$$

$$R_{VC3} = R_{10} \parallel (R_9 + R_8) = 1200 \Omega$$

$$\omega_{P3} = \frac{1}{C_3 R_{VC3}} = 8333.3 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{P3} = \frac{\omega_{P3}}{2\pi} = 1326.29 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_9 + R_{10} \parallel \frac{1}{C_3 s} = 0$ perché in tale situazione in parallelo alla v_u c'è un cortocircuito

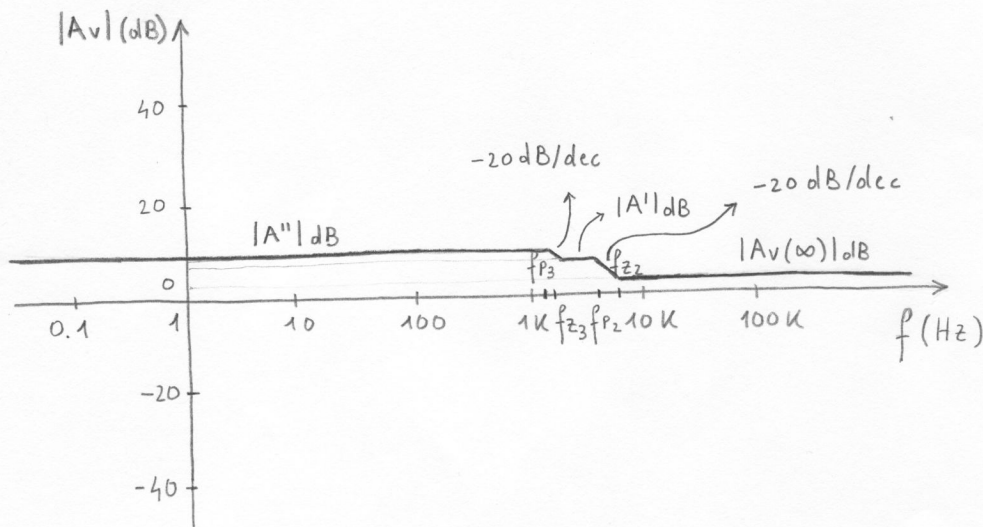
$$R_9 + R_{10} \parallel \frac{1}{C_3 s} = R_9 + \frac{R_{10} \frac{1}{C_3 s}}{R_{10} + \frac{1}{C_3 s}} = R_9 + \frac{R_{10}}{1 + R_{10} C_3 s} = \frac{R_9 + R_9 R_{10} C_3 s + R_{10}}{1 + R_{10} C_3 s} = 0 \rightarrow$$

$$R_9 + R_{10} + R_9 R_{10} C_3 s = 0 \rightarrow s = -\frac{R_9 + R_{10}}{R_9 R_{10} C_3} = -\frac{1}{C_3 (R_9 \parallel R_{10})} \rightarrow \omega_{z3} = \frac{1}{C_3 (R_9 \parallel R_{10})} =$$

$$= 10 \frac{\text{Krad}}{\text{s}} \rightarrow f_{z3} = \frac{\omega_{z3}}{2\pi} = 1591.5494 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z2})(s + \omega_{z3})}{(s + \omega_{P2})(s + \omega_{P3})}$$



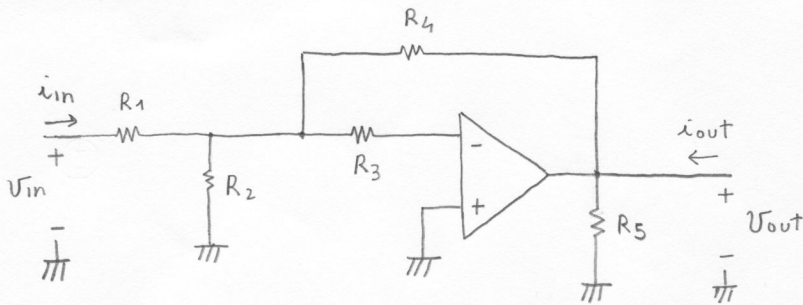
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{P2}} = 2.0342$$

$$|A'|_{dB} = 6.168 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z3}}{f_{P3}} = 2.4411$$

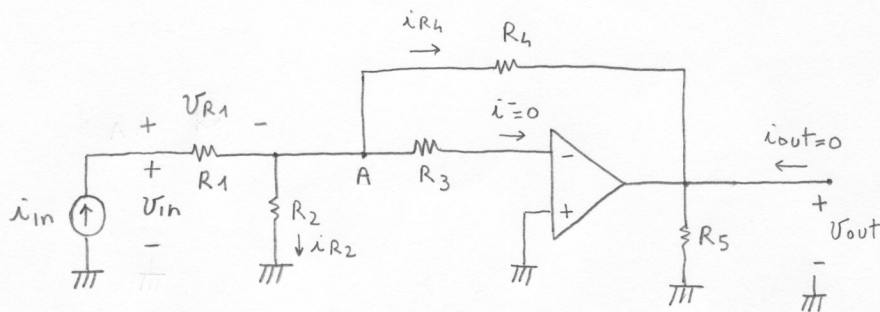
$$|A''|_{dB} = 7.752 \text{ dB}$$

4)



$$\begin{cases} V_{out} = r_f i_{in} + r_o i_{out} \\ V_{in} = r_i i_{in} + r_r i_{out} \end{cases}$$

$$r_f = \left. \frac{V_{out}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0} ; \quad r_i = \left. \frac{V_{in}}{i_{in}} \right|_{i_{out}=0}$$



per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow$ non c'è
condotta su R_3

$$V^- = V^+ = 0$$

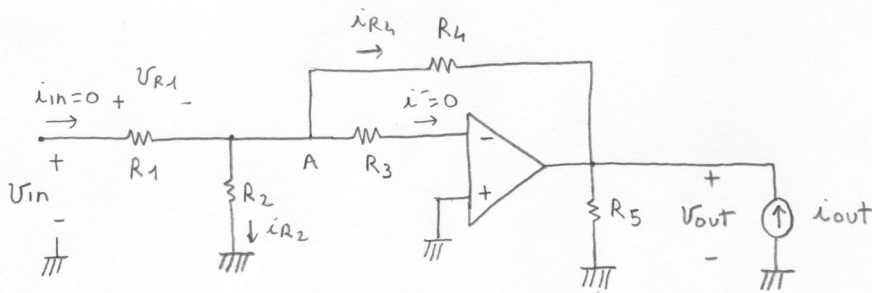
essendo $i^- = 0$, $V_A = V^- = 0 \rightarrow$
 $i_{R2} = \frac{V_A}{R_2} = 0$ e

$$V_{in} = V_{R1} = R_1 i_{in} \rightarrow r_i = \frac{V_{in}}{i_{in}} = R_1 ;$$

facendo l'equilibrio delle correnti al nodo A, abbiamo $i_{in} = i_{R2} + i^- + i_{R4} \rightarrow i_{R4} = i_{in} \rightarrow$

$$V_{out} = V_A - R_4 i_{R4} = 0 - R_4 i_{in} = -R_4 i_{in} \rightarrow r_f = \frac{V_{out}}{i_{in}} = -R_4$$

$$r_o = \left. \frac{V_{out}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0} ; \quad r_r = \left. \frac{V_{in}}{i_{out}} \right|_{i_{in}=0}$$



per il c.c.v. $i^- = 0 \rightarrow$ non c'è
condotta su R_3

$$V^- = V^+ = 0$$

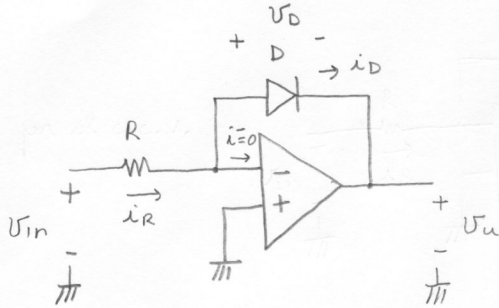
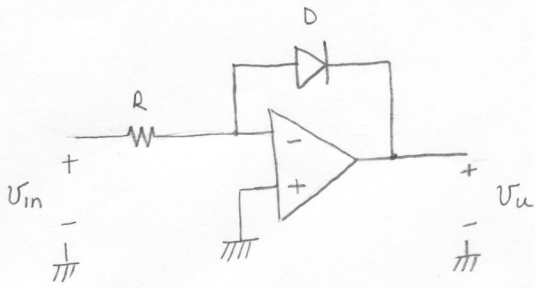
essendo $i^- = 0$, $V_A = V^- = 0 \rightarrow$
 $i_{R2} = \frac{V_A}{R_2} = 0$ e

$$V_{in} = V_{R1} = R_1 i_{in} = 0 \rightarrow r_r = \frac{V_{in}}{i_{out}} = 0 ;$$

facendo l'equilibrio delle correnti al nodo A, abbiamo che $i_{in} = i_{R2} + i^- + i_{R4} \rightarrow i_{R4} = 0 \rightarrow$

$$V_{out} = V_A - R_4 i_{R4} = 0 - R_4 \cdot 0 = 0 \rightarrow r_o = \frac{V_{out}}{i_{out}} = 0$$

5)



per il c.c.v. $\bar{i} = 0 \rightarrow i_D = i_R$
 $V^- = V^+ = 0$

quindi $i_R = \frac{V_{in}}{R} = i_D = I_s \left(e^{\frac{V_D}{\eta V_T}} - 1 \right)$

con $V_T = \frac{K_B T}{q}$;

d'altra parte $V_D = V^- - V_u = -V_u \rightarrow$

$\frac{V_{in}}{R} = I_s \left(e^{-\frac{V_u}{\eta V_T}} - 1 \right) \rightarrow$

$e^{-\frac{V_u}{\eta V_T}} = \frac{V_{in}}{R I_s} + 1 \rightarrow$

$-\frac{V_u}{\eta V_T} = \ln \left(\frac{V_{in}}{R I_s} + 1 \right) \rightarrow$

$V_u = -\eta V_T \ln \left(\frac{V_{in}}{R I_s} + 1 \right)$