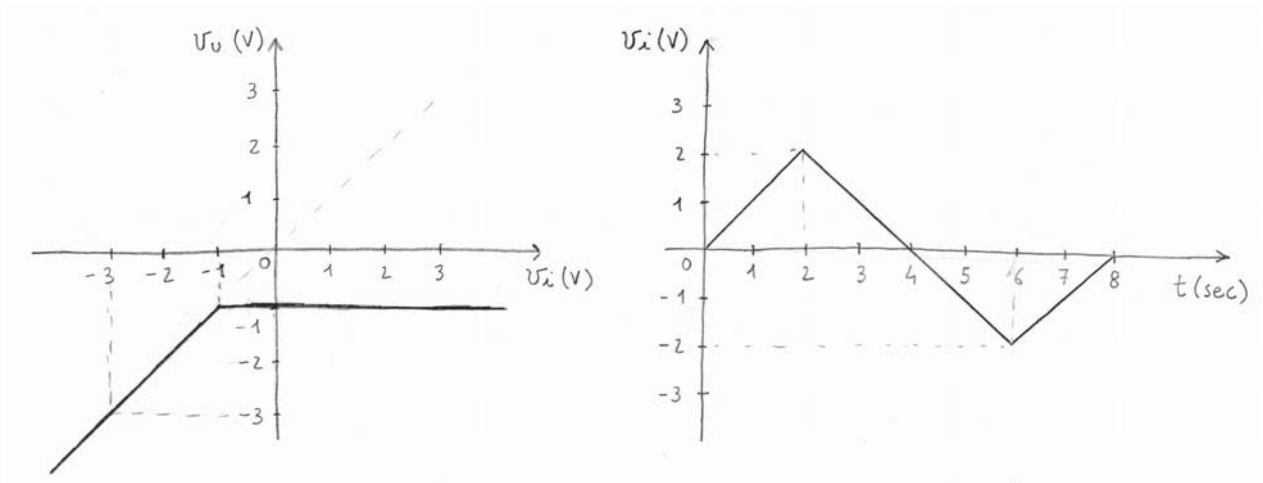


Scheda: A20_06		Data: 24 luglio 2020
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

5.5 punti (4)

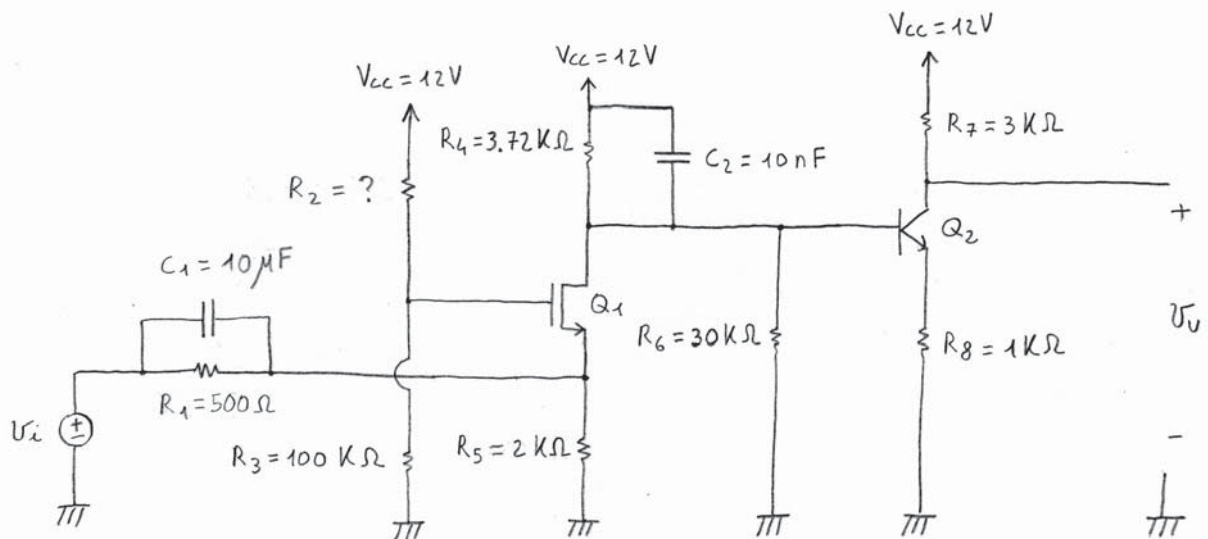
Considerando i diodi ideali, si progetti e si dimensioni un circuito tagliatore che possieda la caratteristica ingresso-uscita riportata a sinistra nella figura sottostante. Si disegni inoltre l'andamento nel tempo della tensione $v_u(t)$ che si ottiene in uscita da tale tagliatore quando al suo ingresso si applica la tensione $v_{in}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra nella figura.



ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U a riposo è pari a 6.03 V, si ricavi il valore della resistenza R_2 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1 : $V_{T1} = 1.04 \text{ V}$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 2.4 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

; per Q_2 : $h_{FE2} = 199$; a riposo $V_U = 6.03 \text{ V}$

ESERCIZIO N°3

7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 400 \text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_{m1} = 5 \text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{ie2} = 5 \text{ K}\Omega$, $h_{fe2} = 220$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

[Ricordarsi che, nel caso il guadagno all'infinito $A_v(\infty)$ sia nullo ma quello per frequenza tendente a zero $A_v(0)$ (valutato sul circuito per le variazioni con tutti i condensatori aperti) sia diverso da zero, si può sfruttare il valore di $A_v(0)$ per ricavare la costante moltiplicativa della funzione di trasferimento, facendo poi attenzione a scrivere in modo coerente l'espressione dell' $A_v(s)$.]

ESERCIZIO N°4

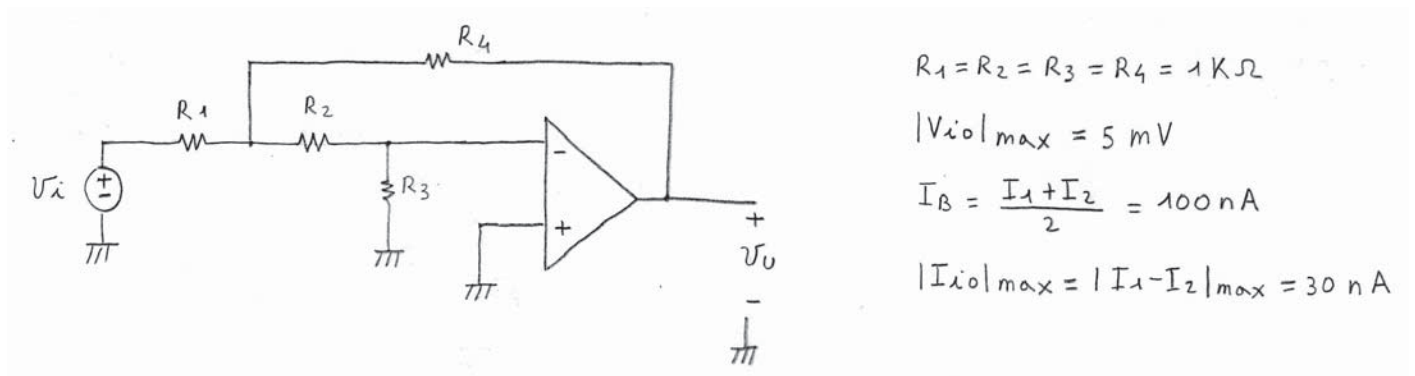
6 punti (4)

Si progetti (mettendo in cascata due filtri di ordine 1 aventi lo stesso polo) un filtro passa-alto di ordine 2 con polo pari a 5 Krad/s e guadagno in banda passante pari a -4 . Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

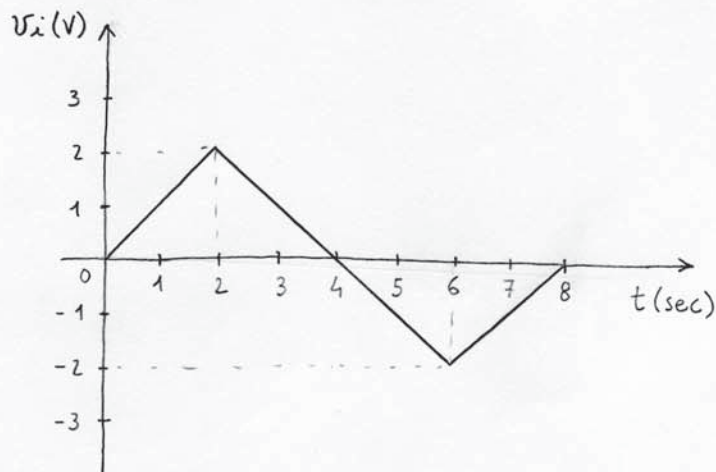
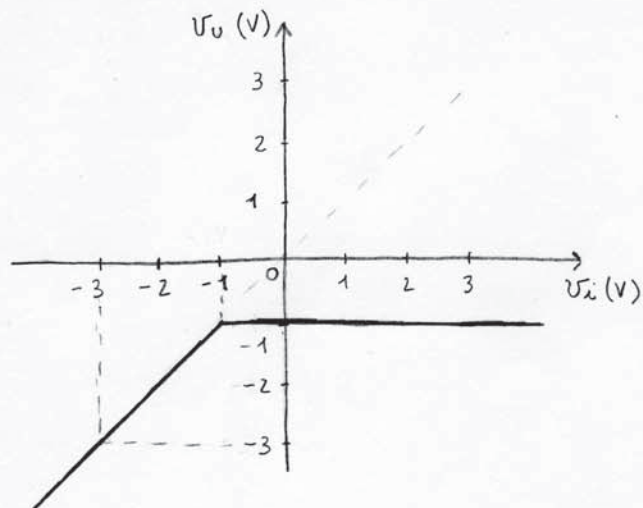
ESERCIZIO N°5

7 punti (4)

Ricavare il massimo sbilanciamento causato sull'uscita del circuito mostrato in figura (dove v_i è il segnale di ingresso) dai generatori di offset dell'amplificatore operazionale. A parte la presenza dei generatori di offset (il cui valore è riportato accanto allo schema), si consideri tale amplificatore operazionale ideale.



1)



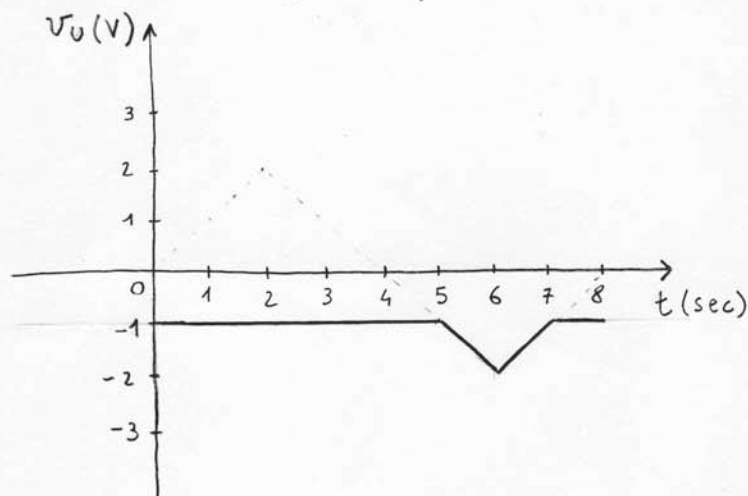
La caratteristica ingresso - uscita assegnata può essere realizzata mediante uno di questi circuiti tagliatori:



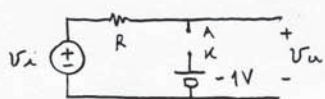
(con ad es. $R = 1\text{ k}\Omega$).

(nel caso fosse richiesto anche l'indipendenza dalla resistenza della sorgente e del carico, dovremmo aggiungere un buffer a monte e uno a valle)

Mandando in ingresso a questi circuiti la $V_i(t)$ assegnata, si ottiene in uscita la seguente $V_O(t)$:

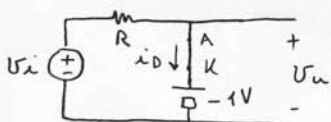


* per $V_i < -1\text{V}$ ipotizziamo D interdetto



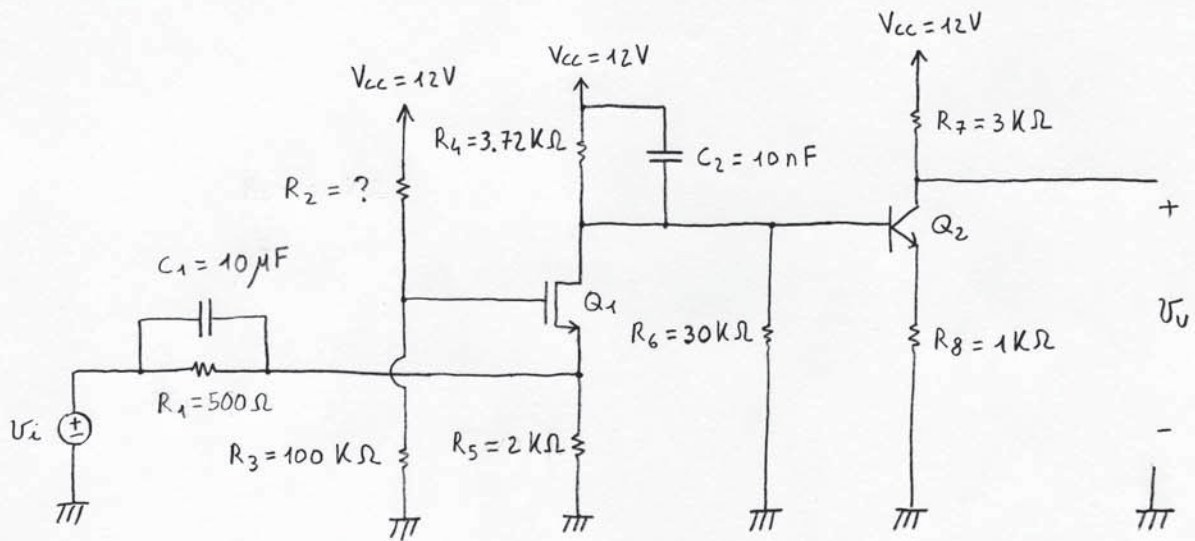
$$V_{AK} = V_i - (-1\text{V}) = V_i + 1\text{V} < 0 \rightarrow V_i < -1\text{V} \rightarrow \text{ipotesi verificata}; V_O = V_i$$

per $V_i > -1\text{V}$ ipotizziamo D in conduzione



$$i_D = \frac{V_i - (-1\text{V})}{R} = \frac{V_i + 1\text{V}}{R} > 0 \rightarrow V_i > -1\text{V} \rightarrow \text{ipotesi verificata}; V_O = -1\text{V}$$

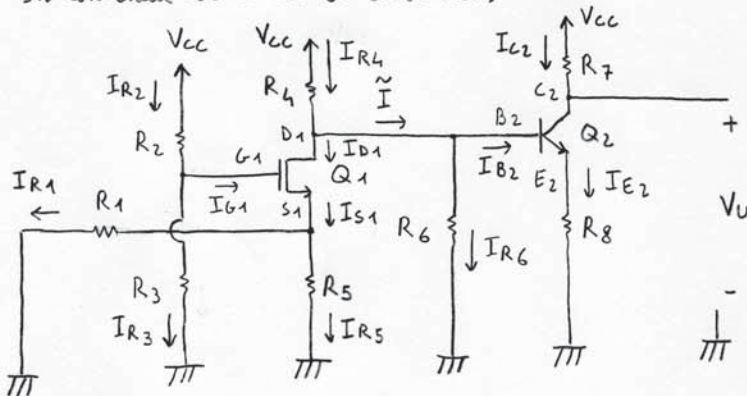
2)

per Q_1 : $V_{T1} = 1.04V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 2.4 \frac{mA}{V^2}$$

; per Q_2 : $h_{FE2} = 199$; a riposo $V_U = 6.03V$

In continua il circuito diventa:



$$V_U = V_{C2} = 6.03V$$

$$I_{C2} = \frac{V_{CC} - V_{C2}}{R_7} = 1.99mA$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{C2} = h_{FE2} I_{B2}$$

$$I_{E2} = I_{C2} + I_{B2} = (h_{FE2} + 1) I_{B2}$$

$$V_{BE2} = V_{\gamma} = 0.7V$$

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E2} = I_{C2} + I_{B2} = 2mA$$

$$V_{E2} = R_8 I_{E2} = 2V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4.03V > V_{CEsat} \approx 0.1V \rightarrow \text{ipotesi 1 verificata}$$

$$V_{B2} = V_{E2} + V_{\gamma} = 2.7V = V_{D1}$$

$$I_{R6} = \frac{V_{B2}}{R_6} = 90\mu A$$

$$\tilde{I} = I_{R6} + I_{B2} = 0.1mA$$

$$I_{R4} = \frac{V_{CC} - V_{D1}}{R_4} = 2.5mA$$

$$I_{D1} = I_{R4} - \tilde{I} = 2.4mA = I_{S1} \quad (\text{dato che } I_{G1} = 0)$$

$$V_{S1} = I_{S1} (R_1 \parallel R_5) = 0.96V$$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$$I_{D1} = K_1 (V_{GS1} - V_{T1})^2 \quad \text{con } K_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 2.4 \frac{mA}{V^2} \rightarrow V_{GS1} = V_{T1} + \sqrt{\frac{I_{D1}}{K_1}} = 2.04V > V_{T1}$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 1.74V > V_{GS1} - V_{T1} = 1V \rightarrow \text{ipotesi 2 verificata}$$

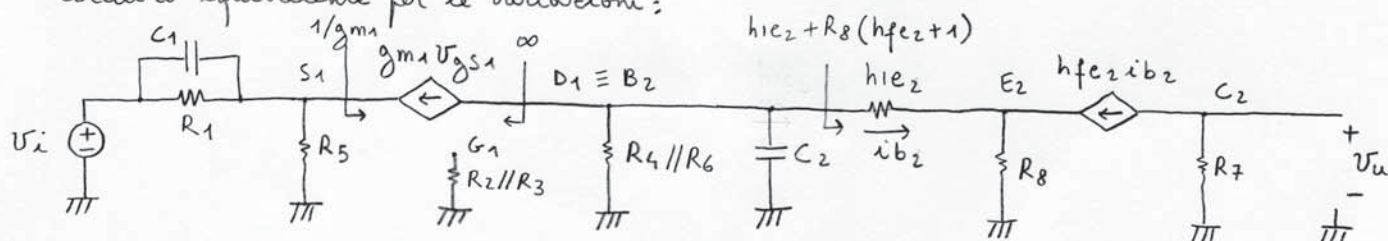
$$V_{G1} = V_{S1} + V_{GS1} = 3V$$

$$I_{R3} = \frac{V_{G1}}{R_3} = 30\mu A = I_{R2} \quad (\text{visto che } I_{G1} = 0) \rightarrow R_2 = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{I_{R2}} = 300K\Omega$$

$$\left[g_{m1} = \frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}} \right]_Q = 2K_1 (V_{GS1} - V_{T1}) = 4.8 \frac{mA}{V} \quad \text{NON RICHIESTO}$$

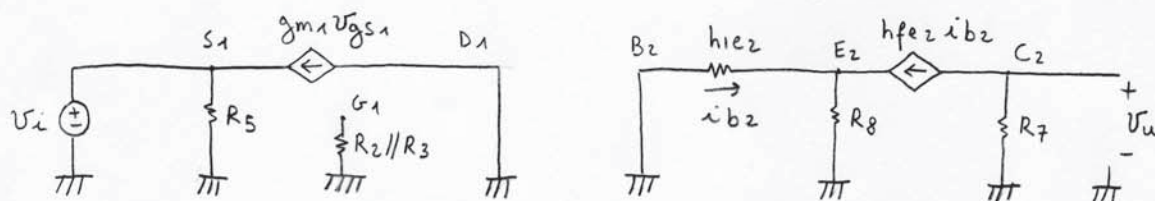
3) $R_2 = 400 \text{ k}\Omega$
 $g_{m1} = 5 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$
 $h_{fe2} = 220$
 $h_{ie2} = 5 \text{ k}\Omega$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

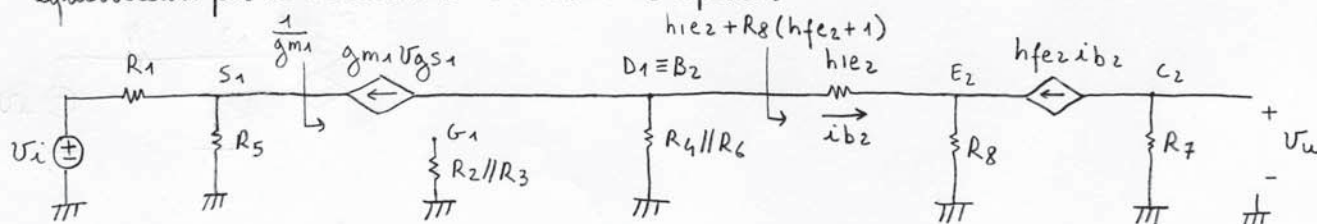
Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori:



facendo l'equilibrio alla maglia contenente h_{ie2} e R_8 , abbiamo che $h_{ie2} i_{b2} + R_8(h_{fe2}+1)i_{b2} = 0$
 $\rightarrow i_{b2} \underbrace{(h_{ie2} + R_8(h_{fe2}+1))}_{\neq 0} = 0 \rightarrow i_{b2} = 0$ e quindi $V_u = 0 \rightarrow A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = 0$;

$A_v(\infty) = 0 \rightarrow$ numero zeri = (numero poli) - (numero dei condensatori che, indipendentemente da cosa fanno gli altri condensatori, portano a zero la tensione di uscita per $\omega \rightarrow \infty$) = $2 - 1 = 1$;
 infatti C_2 introduce uno zero all'infinito (perché V_u va a zero quando $\frac{1}{C_2 s} = 0 \rightarrow s = \infty$)
 cioè (detto in modo equivalente) non introduce uno zero;

per riuscire a trovare la costante moltiplicativa della funzione di trasferimento allora proviamo a calcolare $A_v(0)$ (cioè il guadagno per frequenza tendente a zero), considerando il circuito equivalente per le variazioni con C_1 e C_2 aperti:



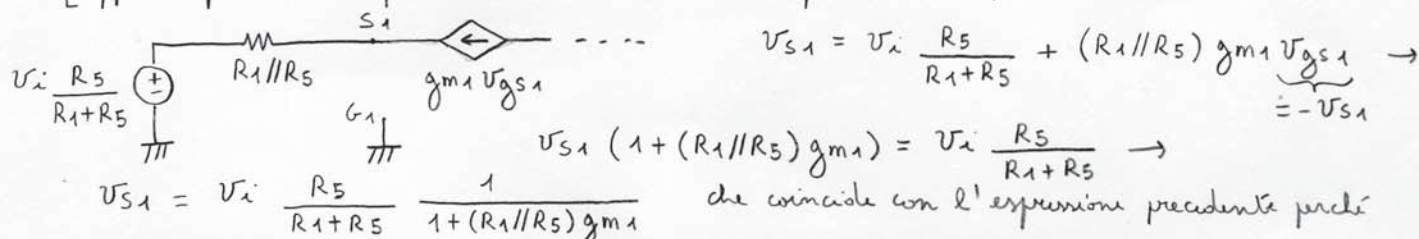
$$V_u = -R_7 h_{fe2} i_{b2}$$

$$i_{b2} = -g_{m1} V_{gs1} \frac{R_4 || R_6}{(R_4 || R_6) + (h_{ie2} + R_8(h_{fe2}+1))} \quad (\text{partitore di corrente})$$

$$V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = -V_{s1}$$

$$V_{s1} = V_i \frac{R_5 || \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + (R_5 || \frac{1}{g_{m1}})}$$

[oppure (facendo l'equivalente di Thevenin della parte con V_i , R_1 e R_5 :



$$V_{s1} = V_i \frac{R_5}{R_1 + R_5} + (R_1 || R_5) g_{m1} V_{gs1} \rightarrow -V_{s1}$$

$$V_{s1} (1 + (R_1 || R_5) g_{m1}) = V_i \frac{R_5}{R_1 + R_5} \rightarrow$$

$$V_{s1} = V_i \frac{R_5}{R_1 + R_5} \frac{1}{1 + (R_1 || R_5) g_{m1}}$$

che coincide con l'espressione precedente perché

$$R_5 // \frac{1}{g_{m1}} = \frac{R_5 \frac{1}{g_{m1}}}{R_5 + \frac{1}{g_{m1}}} = \frac{R_5}{1 + R_5 g_{m1}} \rightarrow$$

$$\frac{R_5 // \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + R_5 // \frac{1}{g_{m1}}} = \frac{R_5}{R_1 (1 + R_5 g_{m1}) + R_5} = \frac{R_5}{R_1 + R_5 + R_1 R_5 g_{m1}} = \frac{R_5}{R_1 + R_5} \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_5}{R_1 + R_5} g_{m1}} =$$

$$= \frac{R_5}{R_1 + R_5} \frac{1}{1 + (R_1 // R_5) g_{m1}} \quad]$$

$$A_v(0) = \frac{v_u}{v_i} = -R_7 h_{fe2} g_{m1} \frac{R_4 // R_6}{(R_4 // R_6) + (h_{ie2} + R_8 (h_{fe2} + 1))} \frac{R_5 // \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + (R_5 // \frac{1}{g_{m1}})} = -12.701$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a gate comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente, in cascata)

$$|A_v(0)|_{dB} = 22.077 \text{ dB}$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)

$$R_{vc1} = R_1 // R_5 // \frac{1}{g_{m1}} = 133.3 \, \Omega$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{vc1}} = 750 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 119.366 \text{ Hz}$$

La v_u si annulla per lo s per cui $R_1 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché l'impedenza $R_1 // \frac{1}{C_1 s}$ si trova in serie sull'unico percorso che porta in uscita l'effetto dell'ingresso

$$R_1 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_1 \frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_1}{1 + R_1 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_1 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_1 C_1} \rightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{R_1 C_1} =$$

$$= 200 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 31.83 \text{ Hz}$$

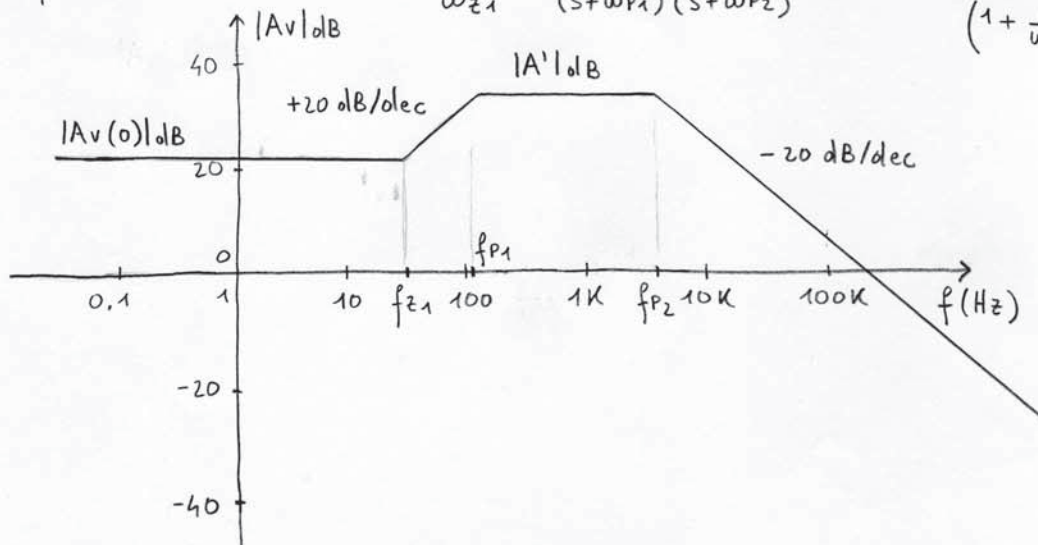
$$R_{vc2} = [(R_4 // R_6) // \infty] // [h_{ie2} + R_8 (h_{fe2} + 1)] = R_4 // R_6 // [h_{ie2} + R_8 (h_{fe2} + 1)] = 3261.84 \, \Omega$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{vc2}} = 30657.53 \frac{\text{rad}}{s} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 4879.298 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = K \frac{s + \omega_{z1}}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})} ; \text{ per } s=0 \text{ abbiamo che } A_v(0) = K \frac{\omega_{z1}}{\omega_{p1} \omega_{p2}} \rightarrow K = A_v(0) \frac{\omega_{p1} \omega_{p2}}{\omega_{z1}}$$

$$\text{per cui } A_v(s) = A_v(0) \frac{\omega_{p1} \omega_{p2}}{\omega_{z1}} \frac{s + \omega_{z1}}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})} = A_v(0) \frac{1 + \frac{s}{\omega_{z1}}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{p1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{p2}}\right)}$$

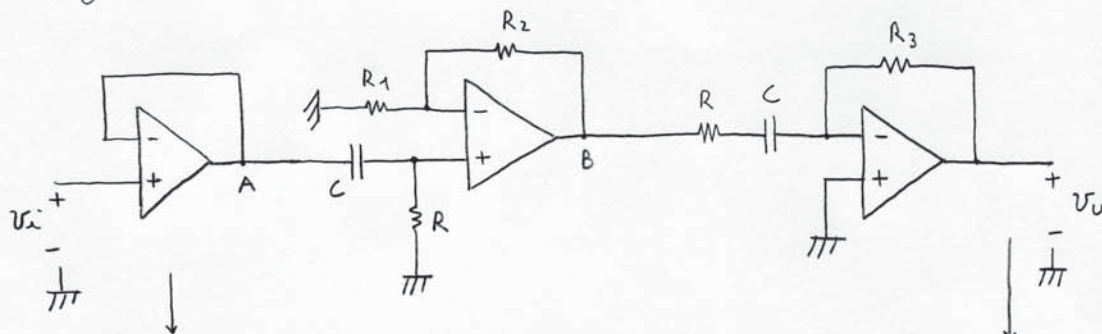


$$|A'| = |A_v(0)| \frac{f_{p1}}{f_{z1}} = 47.629$$

$$|A'|_{dB} = 33.56 \text{ dB}$$

- 4) Per ottenere un filtro passa-alto di ordine 2 con guadagno in banda passante negativo si possono mettere in cascata due filtri passa-alto di ordine 1, uno invertente e uno non invertente. Il guadagno complessivo in banda passante sarà pari al prodotto dei guadagni in banda passante dei due filtri di ordine 1.

Scegliamo ad esempio di mettere prima il filtro di ordine 1 non invertente e poi quello invertente:



buffer, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente

qui non è necessario mettere un buffer per rendere la $R_{out} \approx 0$ e quindi la funzione di trasferimento indipendente dalla resistenza del carico perché la R_{out} è già circa nulla

$$V_A = V_i$$

$$V_B = V_A \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = V_A \frac{RCS}{1 + RCS} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_U = -V_B \frac{R_3}{R + \frac{1}{CS}} = -V_B \frac{R_3CS}{1 + RCS}$$

$$H = \frac{V_U}{V_i} = - \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{RCS}{1 + RCS} \frac{R_3CS}{1 + RCS} = - \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{R}}_{H_\infty} \underbrace{\left(\frac{RCS}{1 + RCS} \right)^2}_{\frac{S}{\frac{1}{RC}} = \frac{S}{\omega_P}} = H_\infty \left(\frac{\frac{S}{\omega_P}}{1 + \frac{S}{\omega_P}} \right)^2 =$$

$$= H_\infty \frac{S^2}{(S + \omega_P)^2}$$

$$\text{con } H_\infty = - \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{R}$$

$$\omega_P = \frac{1}{RC} \quad (RC \text{ è stato scelto identico per i due filtri di ordine 1 affinché essi avessero lo stesso polo})$$

Dimensionamento dei vari componenti:

$$\omega_P = 5 \frac{\text{Krad}}{\text{s}} \rightarrow \text{se scegliamo ad es. } R = 10 \text{ K}\Omega, \quad C = \frac{1}{R \omega_P} = 20 \text{ nF}$$

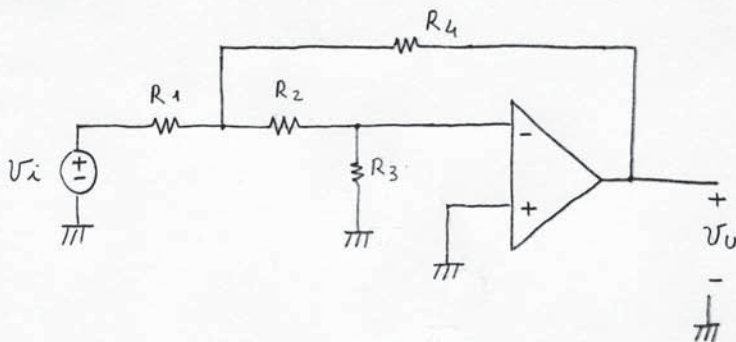
Possiamo scegliere come distribuire il guadagno tra i due filtri di ordine 1 purché:

$$H_\infty = - \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{R_3}{R} = -4 \quad ; \quad \text{ad esempio:}$$

$$1 + \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 1 \rightarrow \text{ad es. } R_1 = 1 \text{ K}\Omega, \quad R_2 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$\frac{R_3}{R} = 2 \rightarrow R_3 = 2R = 20 \text{ K}\Omega$$

5)



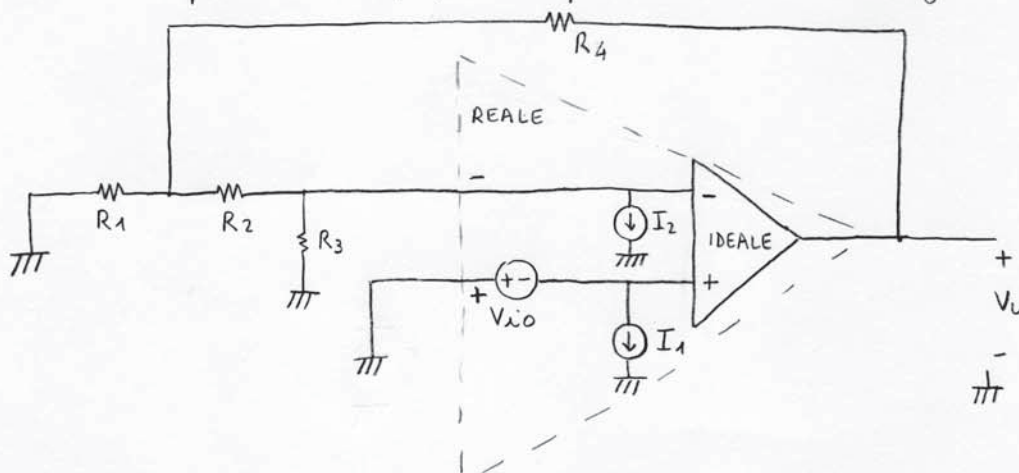
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$|V_{io}|_{\max} = 5 \text{ mV}$$

$$I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} = 100 \text{ nA}$$

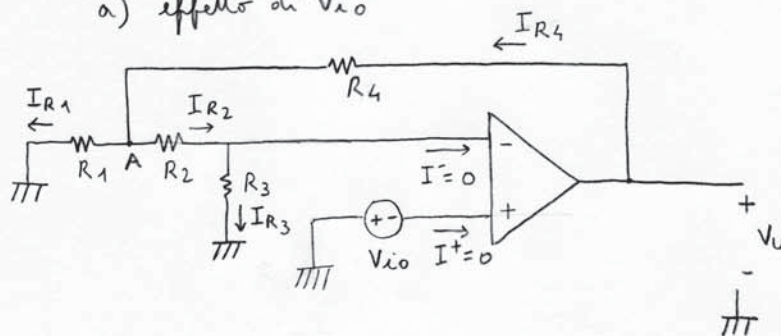
$$|I_{io}|_{\max} = |I_1 - I_2|_{\max} = 30 \text{ nA}$$

Per valutare l'effetto a regime sulla V_o dei soli generatori di offset, lavoriamo in continuo, disattiviamo V_i e sostituiamo all'amplificatore operazionale reale lo schema equivalente in cui compaiono un amplificatore operazionale ideale e i generatori di offset:



dopo di che calcoliamo l'effetto sull'uscita dei generatori di offset usando la sovrapposizione degli effetti e sfruttando il metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale ideale:

a) effetto di V_{io}



$$V^+ = -V_{io}$$

per il c.c.v. $V^- = V^+ = -V_{io}$

$$I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = -\frac{V_{io}}{R_3}$$

$$I^- = 0 \rightarrow I_{R2} = I_{R3} = -\frac{V_{io}}{R_3}$$

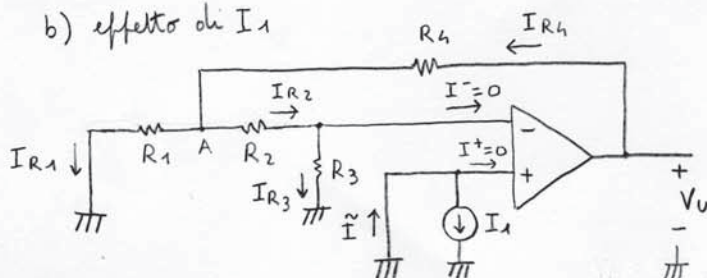
$$V_A = V^- + R_2 I_{R2} = -V_{io} - V_{io} \frac{R_2}{R_3} = (-V_{io}) \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)$$

$$I_{R1} = \frac{V_A}{R_1} = -\frac{V_{io}}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)$$

$$I_{R4} = I_{R1} + I_{R2} = -\frac{V_{io}}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) - \frac{V_{io}}{R_3}$$

$$V_o = V_A + R_4 I_{R4} = (-V_{io}) \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right) + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

b) effetto di I_1



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow \tilde{I} = I_1$;

$$V^+ = 0 \rightarrow V^- = V^+ = 0 \rightarrow I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = 0$$

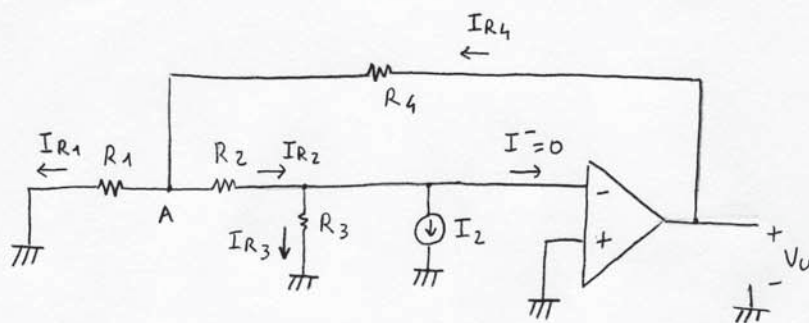
per il c.c.v. $I^- = 0 \rightarrow I_{R2} = I_{R3} = 0$;

$$V_A = V^- + R_2 I_{R2} = 0 \rightarrow I_{R1} = \frac{V_A}{R_1} = 0$$

$$I_{R4} = I_{R1} + I_{R2} = 0$$

$$V_o = V_A + R_4 I_{R4} = 0$$

c) effetto di I_2



$$V^+ = 0$$

per il c.c.v. $V^- = V^+ = 0$

$$I_{R3} = \frac{V^-}{R_3} = 0 \quad ; \quad I^- = 0 \rightarrow$$

$$I_{R2} = I_2$$

$$V_A = V^- + R_2 I_{R2} = R_2 I_2$$

$$I_{R1} = \frac{V_A}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} I_2$$

$$I_{R4} = I_{R1} + I_{R2} = \frac{R_2}{R_1} I_2 + I_2 = I_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$V_u = V_A + R_4 I_{R4} = R_2 I_2 + R_4 I_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) = I_2 \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right)$$

complessivamente abbiamo che

$$V_u = (-V_{io}) \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + \frac{R_4}{R_3} \right) + I_2 \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right) =$$

$$\left[\begin{cases} I_B = \frac{I_1 + I_2}{2} \\ I_{io} = I_1 - I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 = 2I_B \\ I_1 - I_2 = I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2I_1 = 2I_B + I_{io} \\ 2I_2 = 2I_B - I_{io} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = I_B + \frac{I_{io}}{2} \\ I_2 = I_B - \frac{I_{io}}{2} \end{cases} \right]$$

$$= (-V_{io}) \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + \frac{R_4}{R_3} \right) + \left(I_B - \frac{I_{io}}{2} \right) \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right) =$$

$$= (-V_{io}) \underbrace{\left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + \frac{R_4}{R_3} \right)}_5 + \underbrace{I_B \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right)}_{0.3 \text{ mV}} - \underbrace{\frac{I_{io}}{2} \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right)}_{3 \text{ K}\Omega} =$$

$$= -5 V_{io} + 0.3 \text{ mV} - 1.5 \text{ K}\Omega \cdot I_{io}$$

Poiché l'unico addendo il cui valore è noto (cioè $I_B \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right)$) è positivo, per ottenere la V_u di modulo massimo dobbiamo scegliere per gli altri due addendi (cioè $-V_{io} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_4}{R_1} \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) + \frac{R_4}{R_3} \right)$ e $-\frac{I_{io}}{2} \left(R_2 + R_4 + \frac{R_2 R_4}{R_1} \right)$) il valore di modulo massimo e positivo, quindi scegliere

$$V_{io} = -5 \text{ mV} \quad \text{e} \quad I_{io} = -30 \text{ nA}, \quad \text{ottenendo così}$$

$$|V_u|_{\max} = |25 \text{ mV} + 0.3 \text{ mV} + 0.045 \text{ mV}| = 25.345 \text{ mV}$$