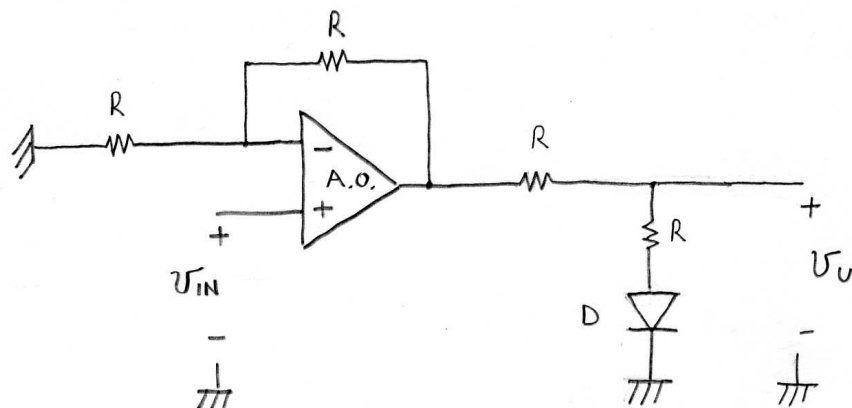


Scheda: A20_07		Data: 18 settembre 2020
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

Considerando il diodo e l'amplificatore operazionale ideali, si ricavi la caratteristica ingresso-uscita del seguente circuito (con ingresso v_{IN} e uscita v_U), verificando le ipotesi fatte sul diodo nei diversi intervalli considerati della tensione di ingresso v_{IN} .



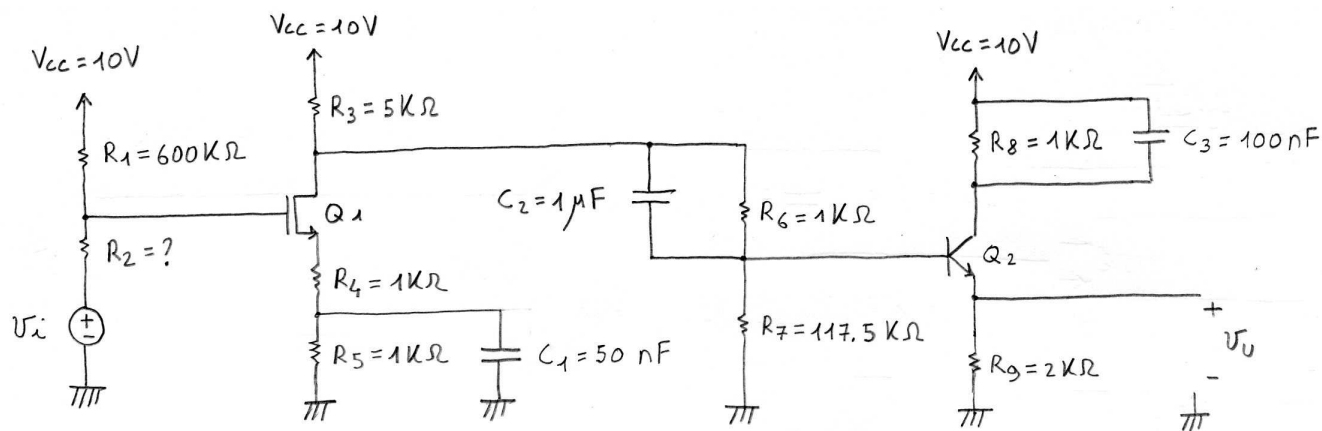
$$R = 1\text{ k}\Omega$$

A.O. e D ideali

ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U a riposo è pari a 4 V, si ricavi il valore della resistenza R_2 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sullo stato dei due transistori.



per Q_1 : $V_T = 1\text{ V}$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

per Q_2 : $h_{FE} = 199$; a riposo: $V_U = 4\text{ V}$

ESERCIZIO N°3

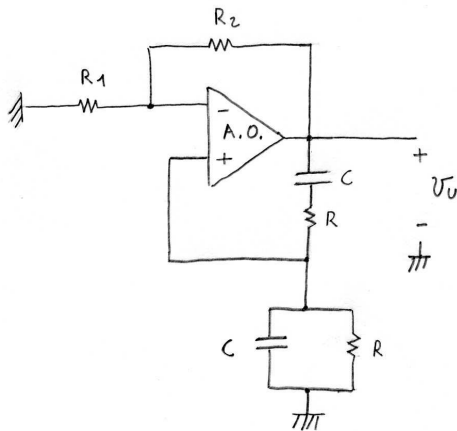
7.5 punti (4)

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui però stavolta si assuma $R_2 = 500 \text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_{m1} = 2 \text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{ie2} = 5 \text{ K}\Omega$, $h_{fe2} = 200$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa) e si grafichi il suo diagramma di Bode del modulo.

ESERCIZIO N°4

6 punti (4)

Si consideri l'oscillatore a ponte di Wien rappresentato nello schema, con i valori riportati a destra dello schema (notare che il valore della resistenza R_1 dipende dall'ampiezza $V_{U_{max}}$ dell'oscillazione in uscita). Per facilitare l'esercizio, accanto alla figura è riportata anche l'espressione della funzione di trasferimento $\beta A(s)$ del circuito (che può quindi essere usata senza doverla valutare di nuovo). Si valuti il valore della resistenza R_2 per cui a regime l'ampiezza dell'oscillazione in uscita è pari a 2 V e si determini la frequenza di tale oscillazione in uscita a regime.



A.O. ideale

$$C = 10 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_1 = R_0 \left(1 + \frac{V_{U_{max}}}{V_0} \right)$$

$$\text{con: } R_0 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$V_0 = 1 \text{ V}$$

$$\text{a regime } V_{U_{max}} = 2 \text{ V}$$

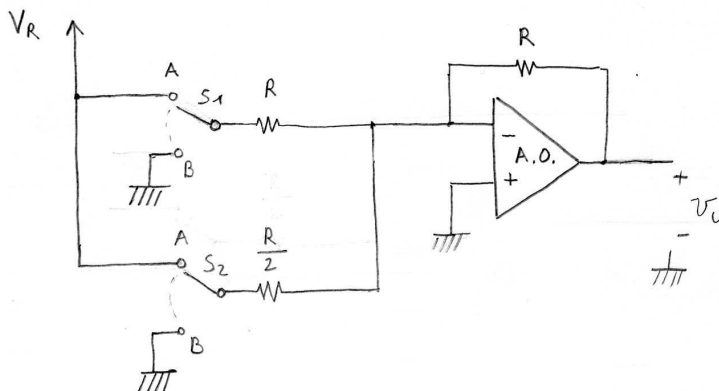
$$R_2 = ?$$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{RCS}{(RCS)^2 + 3RCS + 1}$$

ESERCIZIO N°5

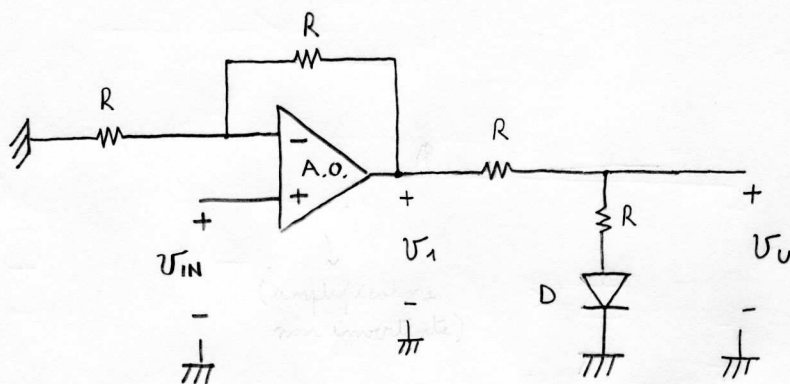
6 punti (4)

Si consideri il seguente circuito, in cui S_1 e S_2 sono due interruttori (o meglio deviatori) il cui terminale destro è fisso e il cui terminale sinistro può essere collegato alternativamente al nodo A o al nodo B. Si calcoli, in termini delle quantità V_R e R , il valore della tensione in uscita V_U per tutte le quattro possibili posizioni dei deviatori (S_1 in A e S_2 in A, S_1 in A e S_2 in B, S_1 in B e S_2 in A, S_1 in B e S_2 in B). Si consideri l'amplificatore operazionale ideale.



A.O. ideale

1)

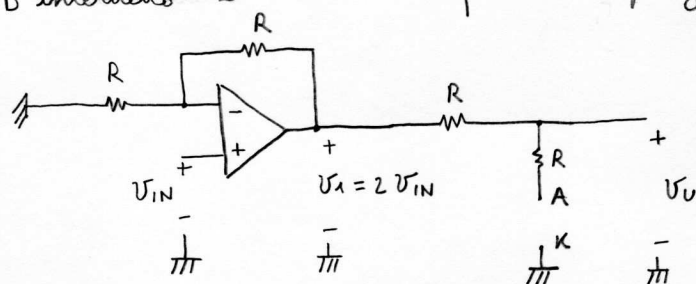


$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

A.O. e D ideali

per il c.c.v. abbiamo che
 $V_1 = V_{IN} \left(1 + \frac{R}{R}\right) = 2 V_{IN}$;

nell'esaminare il comportamento del circuito per tutti i valori di V_{IN} , partiamo ad es. da valori di V_{IN} molto negativi e andiamo poi considerare valori via via maggiori di V_{IN} ;
 per V_{IN} molto negativi l'ipotesi più ragionevole da fare su D (essendo $V_1 = 2 V_{IN}$) è:
 D interdetto e il circuito equivalente per grandi segnali diventa:



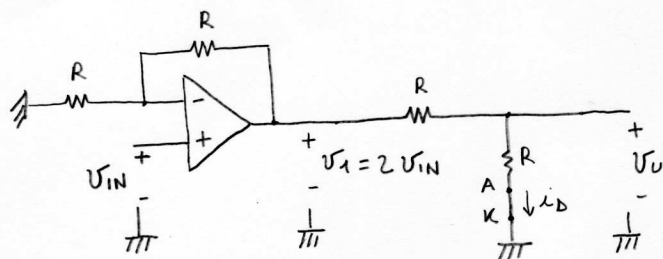
verifica dell'ipotesi:

$V_{AK} = V_1 = 2 V_{IN} < 0$ che è soddisfatto
 per $V_{IN} < 0$;

quindi per tutti i $V_{IN} < 0$ abbiamo che
 D è interdetto e

$$V_U = V_1 = 2 V_{IN} ;$$

se invece, andando a considerare valori di V_{IN} via via maggiori, consideriamo valori positivi di V_{IN} l'ipotesi più ragionevole da fare per D (essendo $V_1 = 2 V_{IN}$) è:
 D in conduzione e il circuito equivalente per grandi segnali diventa:



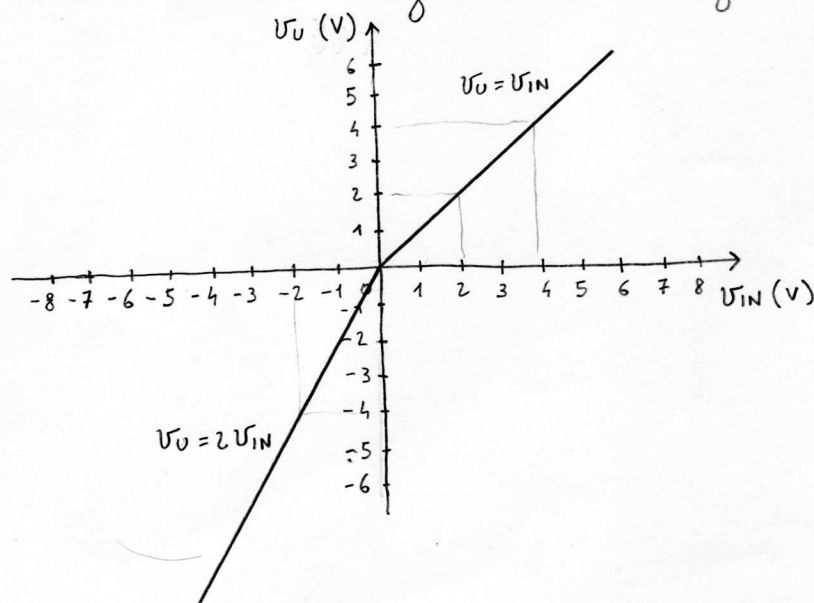
verifica dell'ipotesi:

$$i_D = \frac{V_1}{R+R} = \frac{V_{IN}}{R} > 0 \text{ che è soddisfatto per } V_{IN} > 0 ;$$

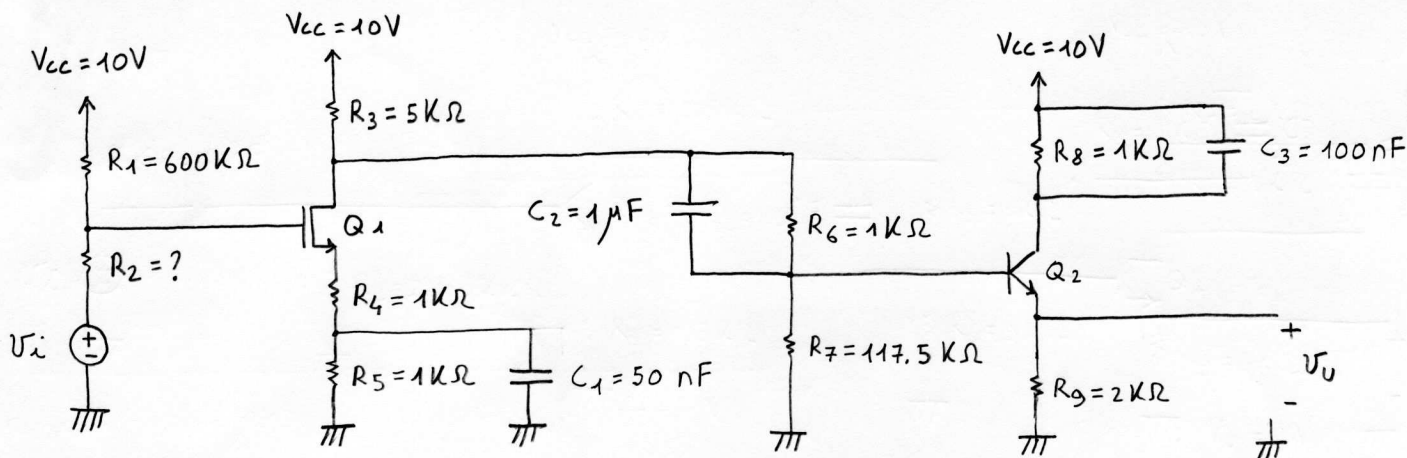
quindi per tutti i $V_{IN} > 0$ abbiamo che
 D conduce e

$$V_U = V_1 \frac{R}{R+R} = \frac{V_1}{2} = V_{IN} .$$

Quindi la caratteristica ingresso-uscita è la seguente:



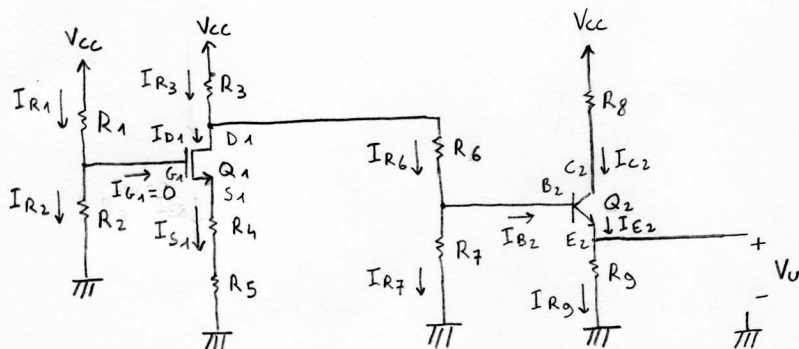
2)

per Q_1 : $V_T = 1V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

; per Q_2 : $h_{FE} = 199$; a riposo: $V_U = 4V$

In continua il circuito diventa:



$$V_U = V_{E2} = 4V$$

$$I_{R9} = \frac{V_U}{R_9} = 2mA = I_{E2}$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B2} = \frac{I_{E2}}{h_{FE} + 1} = 10\mu A > 0$$

$$I_{C2} = h_{FE} I_{B2} = 1.99mA$$

$$V_{C2} = V_{CC} - R_8 I_{C2} = 8.01V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4.01V > V_{CEsat} \approx 0.1V$$

ipotesi 1 verificata

$$V_{B2} = V_{E2} + V_{BE} = 4.7V$$

$$I_{R7} = \frac{V_{B2}}{R_7} = 40\mu A$$

$$I_{R6} = I_{R7} + I_{B2} = 50\mu A$$

$$V_{D1} = V_{B2} + R_6 I_{R6} = 4.75V$$

$$I_{R3} = \frac{V_{CC} - V_{D1}}{R_3} = 1.05mA$$

$$I_{D1} = I_{R3} - I_{R6} = 1mA = I_{S1}$$

(dato che $I_{G1} = 0$)

$$V_{S1} = (R_4 + R_5) I_{S1} = 2V$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 2.75V$$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D1} = K (V_{GS1} - V_T)^2 \quad \text{con } K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

$$V_{GS1} = V_T + \sqrt{\frac{I_{D1}}{K}} = 2V > V_T$$

(un mos a canale n conduce se $V_{GS} > V_T$)

$$V_{DS1} = 2.75V > V_{GS1} - V_T = 1V \quad \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$V_{G1} = V_{S1} + V_{GS1} = 4V$$

$$[g_m = 2K(V_{GS1} - V_T) = 2 \frac{mA}{V}]$$

NON RICHIESTO

$$I_{R1} = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{R_1} = 10\mu A = I_{R2}$$

(dato che $I_{G1} = 0$)

$$R_2 = \frac{V_{G1}}{I_{R2}} = 400k\Omega$$

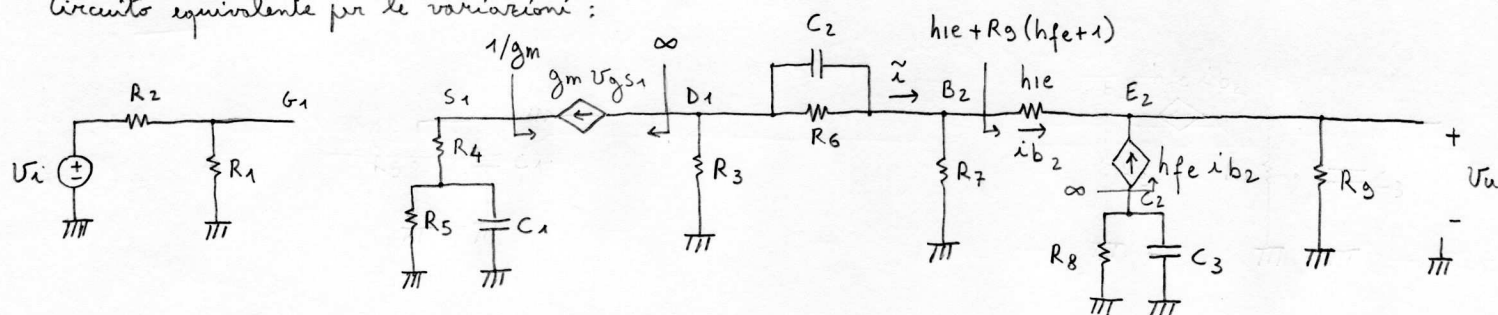
3) $R_2 = 500 \text{ k}\Omega$

$g_m = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

$h_{ie} = 5 \text{ k}\Omega$

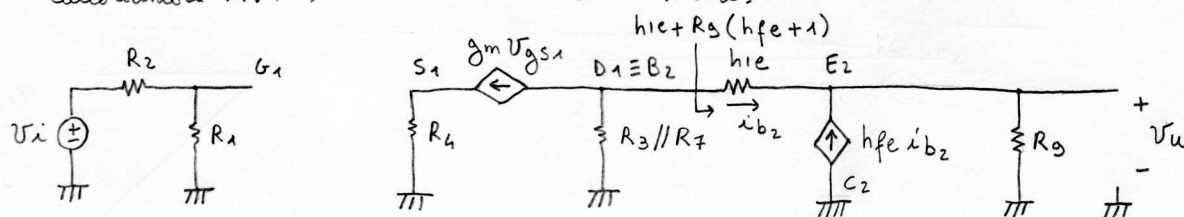
$h_{fe} = 200$

Circuito equivalente per le variazioni:



3 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 3 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i tre condensatori:



$$V_u = R_9 (h_{fe} + 1) i_{b2}$$

$$i_{b2} = -g_m V_{gs1} \frac{R_3 // R_7}{R_3 // R_7 + h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1)}$$

$$V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = V_{g1} - R_4 g_m V_{gs1} \rightarrow V_{gs1} (1 + R_4 g_m) = V_{g1} \rightarrow V_{gs1} = \frac{V_{g1}}{1 + R_4 g_m}$$

$$V_{g1} = V_i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -R_9 (h_{fe} + 1) g_m \frac{R_3 // R_7}{R_3 // R_7 + h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1)} \frac{1}{1 + R_4 g_m} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -1.7025$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a collettore comune, non invertente, in cascata)

$$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 4.622 \text{ dB}$$

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow n^\circ \text{ zeri} = n^\circ \text{ poli} = 3$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1, C_2 e C_3)

$$R_{VC1} = R_5 // \left(R_4 + \frac{1}{g_m} \right) = 600 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 33333.3 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 5305.165 \text{ Hz}$$

La V_u si annulla per lo s per cui $Z_{s1} = R_4 + \left(R_5 // \frac{1}{C_1 s} \right) = \infty \rightarrow R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \infty$ perché $V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = V_{g1} - Z_{s1} g_m V_{gs1} \rightarrow V_{gs1} (1 + Z_{s1} g_m) = V_{g1} \rightarrow V_{gs1} = \frac{V_{g1}}{1 + Z_{s1} g_m}$, per cui V_{gs1} (e quindi V_u) si annulla quando $Z_{s1} = \infty$

$$R_5 // \frac{1}{C_1 s} = \frac{R_5 \frac{1}{C_1 s}}{R_5 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{R_5}{1 + R_5 C_1 s} = \infty \rightarrow 1 + R_5 C_1 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_5 C_1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{R_5 C_1} = 20000 \text{ rad/s}$$

$$f_{Z1} = \frac{\omega_{Z1}}{2\pi} = 3183.099 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_6 // \left((R_3 // \infty) + (R_7 // (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))) \right) = R_6 // (R_3 + R_7 // (h_{ie} + R_9 (h_{fe} + 1))) = 989.71 \Omega$$

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 1010.397 \text{ rad/s} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 160.81 \text{ Hz}$$

la V_u si annulla per lo s per cui $R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \infty$ e quindi si apre l'unico percorso che porta l'effetto della V_u in uscita:

$$R_6 // \frac{1}{C_2 s} = \frac{R_6 \cdot \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \infty \rightarrow 1 + R_6 C_2 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_6 C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{R_6 C_2} = 1000 \text{ rad/s} \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 159.155 \text{ Hz}$$

la V_u non dipende dal valore dell'impedenza di C_3 ; infatti V_u dipende da i_{b2} , ma i_{b2} non dipende da ciò che sta nel collettore del Q_2 perché $i_{b2} = -g_m V_{gs1} \frac{R_3}{R_3 + ((R_6 // \frac{1}{C_2 s}) + R_7 // (h_{ie} + R_5 (h_{fe} + 1)))} \frac{R_7}{R_7 + (h_{ie} + R_5 (h_{fe} + 1))}$

che non dipende da C_3 ; di conseguenza C_3 , non potendo comparire nella funzione di trasferimento $A_v(s) = \frac{V_u}{V_i}$, deve per forza introdurre un polo e uno zero coincidenti: $\omega_{p3} = \omega_{z3}$

[Se non ci ne accorgiamo subito e procedessimo con i conti avremmo:

$$R_{V_{C3}} = R_8 // \infty = R_8 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$\omega_{p3} = \frac{1}{C_3 R_8} = 10000 \text{ rad/s} \rightarrow f_{p3} = \frac{\omega_{p3}}{2\pi} = 1591.55 \text{ Hz}$$

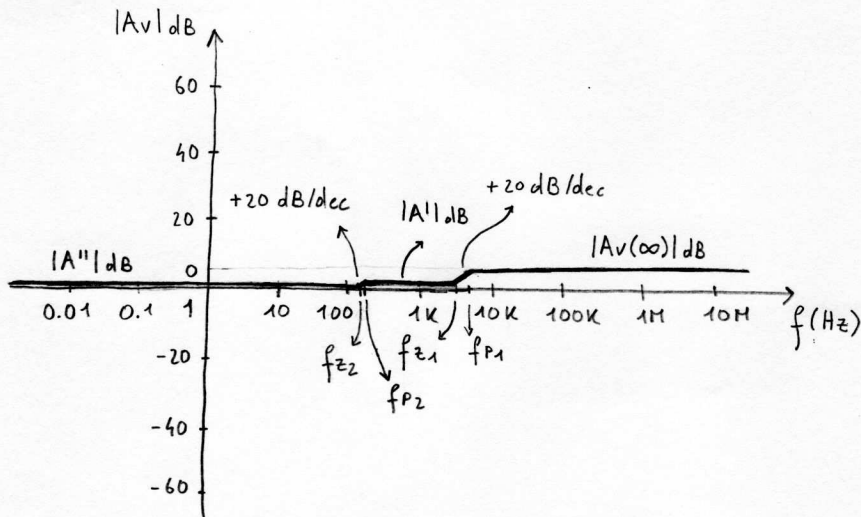
se (in modo inerte) pensassimo di annullare la hfe i_{b2} (e quindi la V_u) imponendo $R_8 // \frac{1}{C_3 s} = \infty \rightarrow$

$$\frac{R_8 \frac{1}{C_3 s}}{R_8 + \frac{1}{C_3 s}} = \frac{R_8}{1 + R_8 C_3 s} = \infty \rightarrow 1 + R_8 C_3 s = 0 \rightarrow s = -\frac{1}{R_8 C_3} \rightarrow \omega_{z3} = \frac{1}{R_8 C_3} = \omega_{p3}, \text{ il che ci dovrebbe}$$

comunque far arrivare a concludere che $\omega_{z3} = \omega_{p3}$]

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



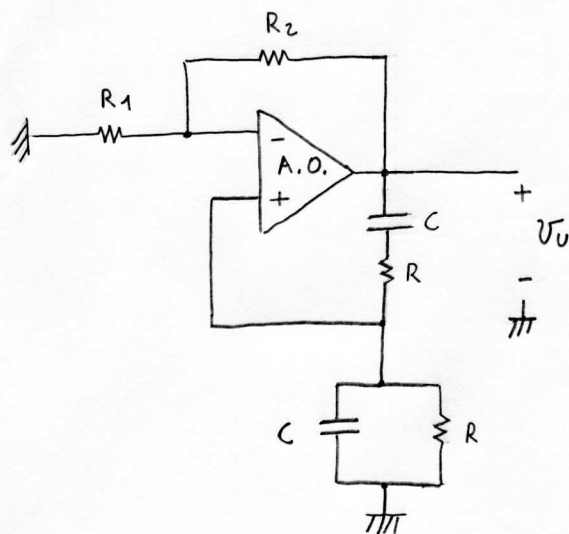
$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 1.0215$$

$$|A'|_{dB} = 0.185 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 1.011$$

$$|A''|_{dB} = 0.095 \text{ dB}$$

4)



A.O. ideale

$$C = 10 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = R_0 \left(1 + \frac{V_{U_{max}}}{V_0} \right)$$

$$\text{con: } R_0 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$V_0 = 1 \text{ V}$$

$$\text{a regime } V_{U_{max}} = 2 \text{ V}$$

$$R_2 = ?$$

$$\beta A(s) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{RCS}{(RCS)^2 + 3RCS + 1}$$

A partire dalla funzione di trasferimento $\beta A(s)$, ricaviamo la risposta in frequenza $\beta A(j\omega)$:

$$\beta A(j\omega) = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{RCj\omega}{(RCj\omega)^2 + 3RCj\omega + 1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{j\omega RC}{(1 - \omega^2 R^2 C^2) + j3\omega RC}$$

$$\text{All'innescò deve esistere una } \omega_I \text{ tale che } \begin{cases} \angle \beta A(j\omega_I) = 0 \\ |\beta A(j\omega_I)| > 1 \end{cases};$$

$$\text{a regime deve esistere una } \omega_0 \text{ tale che } \begin{cases} \angle \beta A(j\omega_0) = 0 \\ |\beta A(j\omega_0)| = 1 \end{cases}$$

(condizioni di Barkhausen)

Poiché il numeratore di $\beta A(j\omega)$ è immaginario puro, per avere $\angle \beta A(j\omega) = 0$ dobbiamo imporre che anche il denominatore sia immaginario puro e verificare che in quella condizione il βA venga un numero reale positivo.

Perché il denominatore sia immaginario puro dobbiamo annullare la sua parte reale:

$$1 - \omega^2 R^2 C^2 = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{1}{R^2 C^2} \rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 100000 \text{ rad/s} \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = 15915.49 \text{ Hz}$$

(dato che $\omega > 0$)

Poiché nel caso in esame lo schema e i valori di R e C rimangono i soliti all'innescò e a regime, questa è sia la ω_I (all'innescò) che la ω_0 (a regime).

All'innescò $V_{U_{max}} = 0$, per cui $R_1 = R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ e per $\omega = \omega_I$ si ha che

$$|\beta A(j\omega_I)| = \left| \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{j\omega_I RC}{j3\omega_I RC} \right| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{3} \text{ che deve essere } > 1, \text{ per cui dobbiamo avere}$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{3} > 1 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} > 3 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} > 2 \rightarrow R_2 > 2R_1 = 2 \text{ k}\Omega.$$

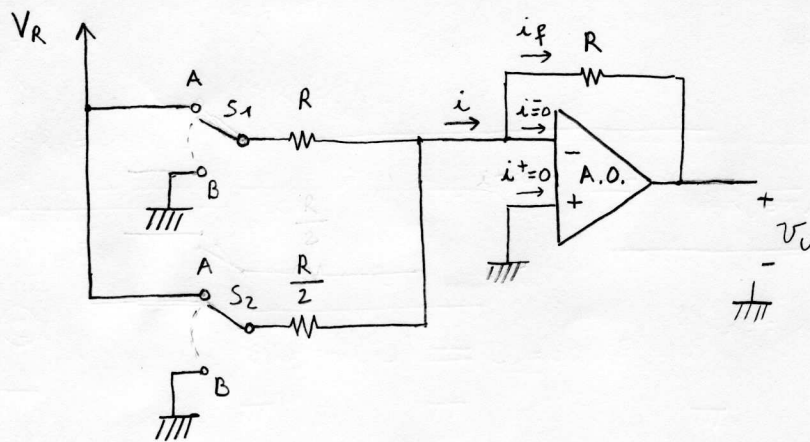
A regime dobbiamo avere che $V_{U_{max}} = 2 \text{ V}$, per cui $R_1 = R_0 \left(1 + \frac{V_{U_{max}}}{V_0} \right) = 3 \text{ k}\Omega$; poiché

$$|\beta A(j\omega_0)| = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{j\omega_0 RC}{j3\omega_0 RC} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{3} \text{ a regime dobbiamo imporre che}$$

$$\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \frac{1}{3} = 1 \rightarrow 1 + \frac{R_2}{R_1} = 3 \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = 2 \rightarrow R_2 = 2R_1 = 6 \text{ k}\Omega$$

(che soddisfa anche la condizione per l'innescò $R_2 > 2 \text{ k}\Omega$).

5)



A.O. ideale

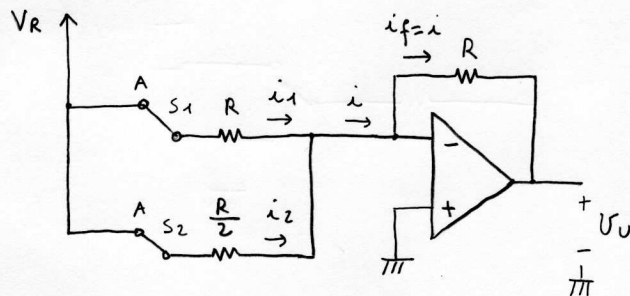
per il c.c.v.: $i^+ = 0$, $i^- = 0$, $v^- = v^+$

di conseguenza: $v^- = 0$

$$i_f = i - i^- = i$$

$$\text{quindi } v_U = v^- - R i_f = 0 - R i = -R i$$

a) se S_1 è in A e S_2 è in A abbiamo:

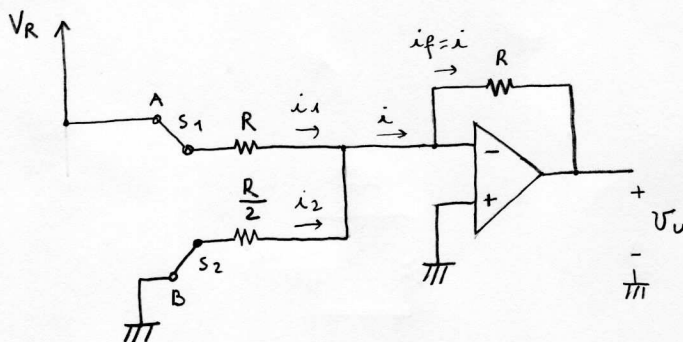


$$i_1 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

$$\rightarrow i = i_1 + i_2 = 3 \frac{V_R}{R} \rightarrow v_U = -R \cdot \frac{3V_R}{R} = -3V_R$$

$$i_2 = \frac{V_R - v^-}{R/2} = 2 \frac{V_R}{R}$$

b) se S_1 è in A e S_2 è in B abbiamo:

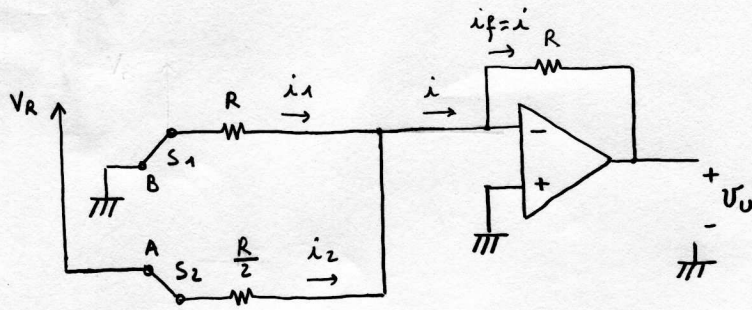


$$i_1 = \frac{V_R - v^-}{R} = \frac{V_R}{R}$$

$$\rightarrow i = i_1 + i_2 = \frac{V_R}{R} \rightarrow v_U = -R \frac{V_R}{R} = -V_R$$

$$i_2 = \frac{0 - v^-}{R/2} = 0$$

c) se S_1 è in B e S_2 è in A abbiamo:

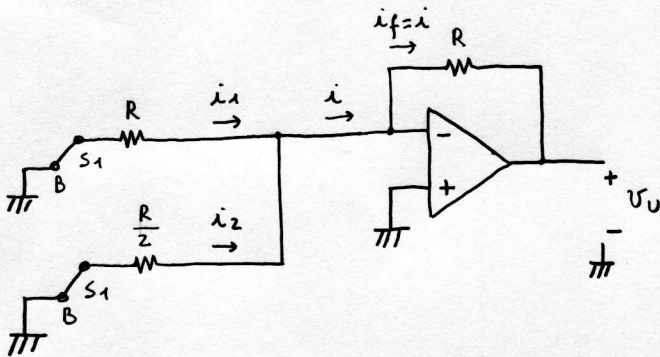


$$i_1 = \frac{0 - V^-}{R} = 0$$

$$i_2 = \frac{V_R - 0}{R/2} = \frac{2V_R}{R}$$

$$\rightarrow i = i_1 + i_2 = \frac{2V_R}{R} \rightarrow V_U = -R \frac{2V_R}{R} = -2V_R$$

d) se S_1 è in B e S_2 è in B abbiamo:



$$i_1 = \frac{0 - V^-}{R} = 0$$

$$i_2 = \frac{0 - V^-}{R/2} = 0$$

$$\rightarrow i = i_1 + i_2 = 0 \rightarrow V_U = -R \cdot 0 = 0$$