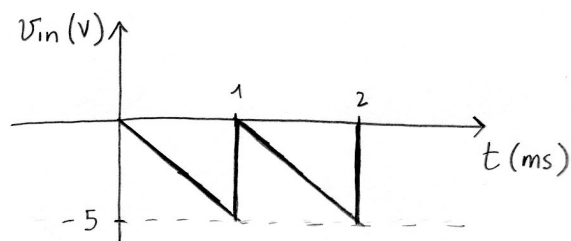
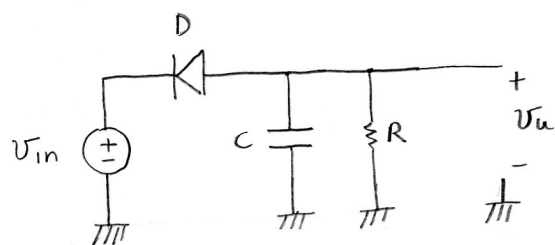


|                       |      |                               |
|-----------------------|------|-------------------------------|
| Scheda: <b>A20_08</b> |      | Data: <b>14 novembre 2020</b> |
| Cognome               | Nome | Matricola                     |
|                       |      |                               |

### ESERCIZIO N°1

6.5 punti (4)

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Ipotezzando il condensatore inizialmente scarico, si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per  $0 \leq t \leq 2$  ms, della tensione  $v_u(t)$  in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione  $v_{in}(t)$  il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, si specifichi in quali intervalli di tempo il diodo conduce e in quali è interdetto. Inoltre si scriva l'espressione analitica della tensione  $v_u(t)$  in ciascuna zona di funzionamento. Qualora l'istante di tempo in cui termina una delle fasi sia complicato da calcolare numericamente, ci si limiti a dire quale equazione tale valore deve soddisfare. Si consideri il diodo ideale.



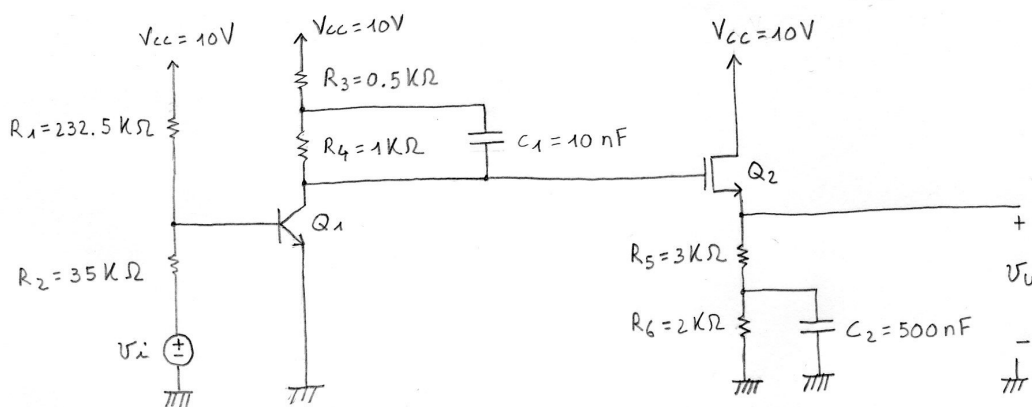
$$R = 1 \text{ k}\Omega ; \quad C = 600 \text{ nF} ; \quad D \text{ ideale}$$

### ESERCIZIO N°2

7 punti (4)

Si studi in continua il circuito in figura. In particolare, si determini il punto di lavoro di  $Q_1$  e  $Q_2$ .

[ Si consiglia di iniziare lo studio del circuito da  $Q_1$ . Per l'analisi di  $Q_2$  è necessario risolvere una equazione di secondo grado.]



per  $Q_1$ :

$$h_{FE} = 100$$

per  $Q_2$ :

$$V_T = 1 \text{ V}$$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

### ESERCIZIO N°3

7.5 punti (4)

Considerando il circuito mostrato nell'esercizio precedente, se ne ricavi la funzione di trasferimento  $A_v(s) = V_u/V_i$  (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Si consideri per  $Q_1$ :  $h_{ie} = 5 \text{ K}\Omega$ ,  $h_{fe} = 120$  e per  $Q_2$ :  $g_m = 2 \text{ mA/V}$ . Il diagramma di Bode non è richiesto.

### ESERCIZIO N°4

5.5 punti (4)

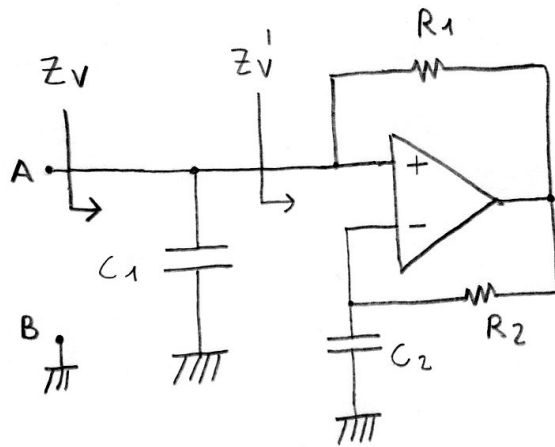
Si progetti (mettendo in cascata due filtri di ordine 1 aventi lo stesso polo) un filtro passa-alto di ordine 2 con polo pari a  $10 \text{ Krad/s}$  e guadagno in banda passante pari a  $-3$ . Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

### ESERCIZIO N°5

6.5 punti (4)

Ipotizzando l'amplificatore operazionale ideale, ricavare l'impedenza  $Z_V$  vista tra i terminali  $A$  e  $B$  del circuito guardando verso destra.

[ Notare che l'impedenza  $Z'_V$  mostrata in figura è l'impedenza vista dall'ingresso di un convertitore di impedenza, valutabile semplicemente utilizzando il metodo del cortocircuito virtuale. ]



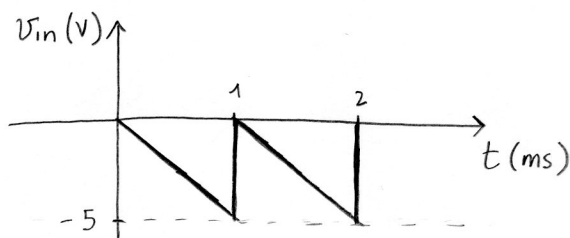
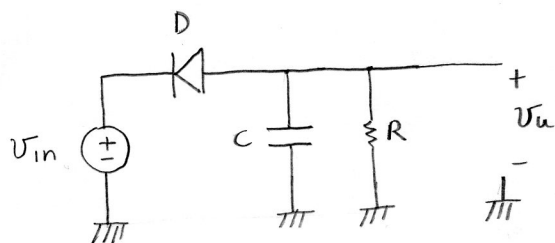
$$C_1 = 1 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 100 \text{ nF}$$

$$R_1 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = 5 \text{ K}\Omega$$

1)

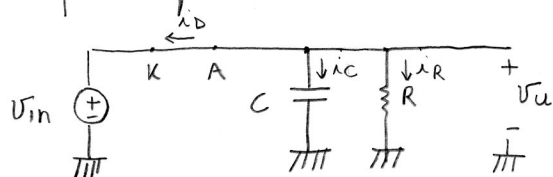


$$R = 1\text{ k}\Omega ; C = 600\text{ nF} ; D \text{ ideale}$$

assumiamo \$C\$ inizialmente scarico :  $V_C(0) = 0 \rightarrow V_u(0) = 0$  ;

partendo da  $t=0$ , all'inizio  $V_{in}$  decrescendo assume valori negativi, per cui presumibilmente il diodo \$D\$ (avendo sul catodo una tensione negativa e sull'anodo una tensione che inizialmente era nulla) condurrà ;

quindi ipotizziamo il diodo in conduzione  $\rightarrow$  il circuito diventa :



$$V_u = V_{in} ;$$

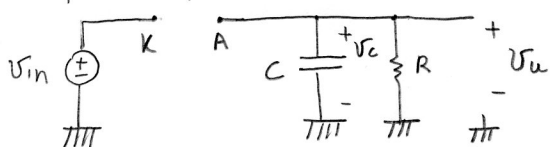
dobbiamo verificare  $i_D > 0 \rightarrow$

$$i_D = -i_C - i_R = -C \frac{dV_{in}}{dt} - \frac{V_{in}}{R} > 0$$

questo è sicuramente vero fino a  $t=1\text{ ms}$  perché fino a  $t=1\text{ ms}$   $V_{in}$  decresce (e quindi  $\frac{dV_{in}}{dt} < 0$ ) ed assume valori negativi (e quindi  $V_{in} < 0$ ), quindi avendo la somma di due termini positivi la  $i_D$  è  $> 0$  ;

per  $t=1\text{ ms}$  abbiamo che  $\frac{dV_{in}}{dt} = +\infty$ , quindi la condizione  $i_D > 0$  non è più verificata e quindi il diodo si interdice ;

quindi ipotizziamo il diodo interdetto  $\rightarrow$  il circuito diventa :



per cui il condensatore \$C\$ (partendo dalla tensione  $-5\text{ V}$  a cui era arrivato alla fine della fase precedente) inizia a scaricarsi sulla resistenza \$R\$ con costante di tempo  $\tau = RC = 0.6\text{ ms}$

$$V_u = V_C = V_C(1\text{ ms}) \cdot e^{-\frac{t-1\text{ ms}}{\tau}} = -5\text{ V} \cdot e^{-\frac{t-1\text{ ms}}{0.6\text{ ms}}} ;$$

dobbiamo verificare  $V_{AK} < 0 \rightarrow V_u - V_{in} < 0 \rightarrow V_u < V_{in}$  ;

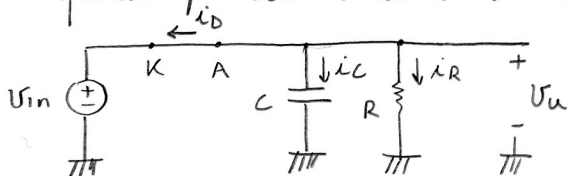
questo è vero finché l'andamento della  $V_u$  (che sta salendo esponenzialmente) non interseca l'andamento della  $V_{in}$  (che sta scendendo linearmente) : nell'istante  $t^*$  in cui questo succede, cioè in cui

$$-5\text{ V} \cdot e^{-\frac{t-1\text{ ms}}{0.6\text{ ms}}} = -\frac{5\text{ V}}{1\text{ ms}} (t^* - 1\text{ ms})$$

$[-\frac{5\text{ V}}{1\text{ ms}} (t-1\text{ ms})]$  è l'andamento rettilineo che vale 0 per  $t=1\text{ ms}$  e vale  $-5\text{ V}$  per  $t=2\text{ ms}$

la condizione  $V_{AK} < 0$  non è più verificata e quindi il diodo non è più interdetto cioè ricomincia a condurre ;

quindi ipotizziamo il diodo in conduzione  $\rightarrow$  il circuito diventa :



$$V_u = V_{in} ;$$

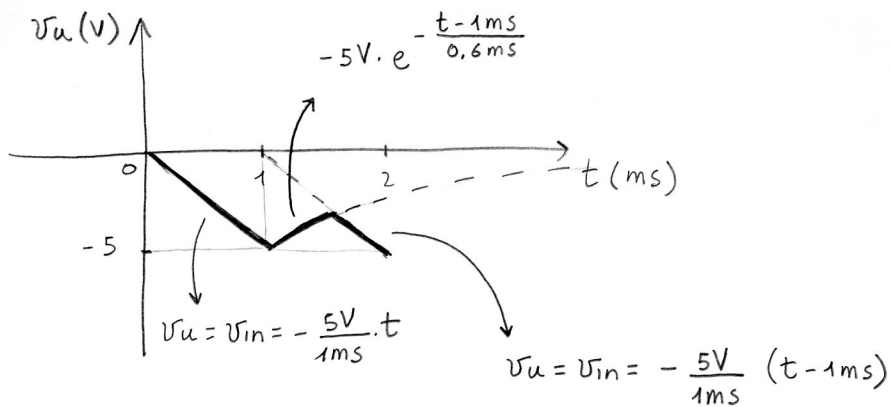
dobbiamo verificare  $i_D > 0 \rightarrow$

$$i_D = -i_C - i_R = -C \frac{dV_{in}}{dt} - \frac{V_{in}}{R} > 0$$

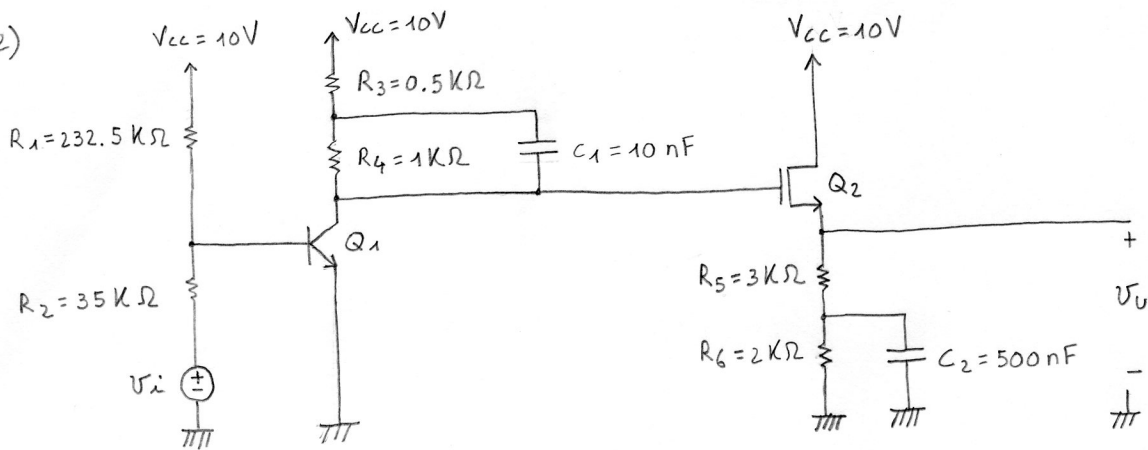
questo è sicuramente vero fino a  $t = 2\text{ms}$  perché fino a  $t = 2\text{ms}$   $v_{in}$  decresce (e quindi  $\frac{dv_{in}}{dt} < 0$ ) ed assume valori negativi (e quindi  $v_{in} < 0$ ), quindi essendo la somma di due termini positivi la  $i_D$  è  $> 0$ ;

per  $t = 2\text{ms}$  abbiamo che  $\frac{dv_{in}}{dt} = +\infty$ , quindi la condizione  $i_D > 0$  non è più verificata e quindi il diodo si interdice.

Quindi abbiamo:



2)

per  $Q_1$ :

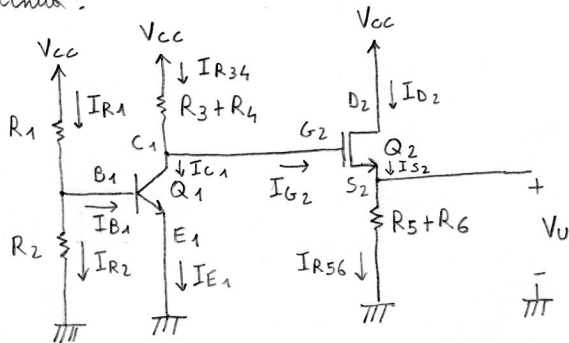
$$h_{FE} = 100$$

per  $Q_2$ :

$$V_T = 1V$$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

in continua:

ipotesi 1:  $Q_1$  in zona attiva diretta

$$V_{B1} = V_{\gamma} = 0.7V$$

$$I_{R2} = \frac{V_{B1}}{R_2} = 20 \mu A$$

$$I_{R1} = \frac{V_{CC} - V_{B1}}{R_1} = 40 \mu A$$

$$I_{B1} = I_{R1} - I_{R2} = 20 \mu A > 0$$

ipotesi 1 verificata

$$I_{E1} = (h_{FE} + 1) I_{B1} = 2.02 mA$$

$$I_{C1} = h_{FE} I_{B1} = 2 mA = I_{R34}$$

(dato che  $I_{G2} = 0$ )

$$V_{C1} = V_{CC} - (R_3 + R_4) I_{R34} = 7V \rightarrow V_{CE1} = V_{C1} = 7V > V_{CEsat} \approx 0.1V$$

$$V_{G2} = V_{C1} = 7V$$

ipotesi 2:  $Q_2$  in saturazione

$$I_{D2} = K (V_{GS2} - V_T)^2 \quad \text{con } K = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

$$I_{G2} = 0 \rightarrow I_{D2} = I_{S2} = I_{R56}$$

$$V_{GS2} = V_{G2} - V_{S2} = V_{G2} - (R_5 + R_6) I_{D2}$$

quindi abbiamo

$$\begin{cases} V_{GS2} = V_{G2} - (R_5 + R_6) I_{D2} \\ I_{D2} = K (V_{GS2} - V_T)^2 \end{cases} \rightarrow V_{GS2} = V_{G2} - (R_5 + R_6) K (V_{GS2} - V_T)^2$$

$$(R_5 + R_6) K (V_{GS2} - V_T)^2 + V_{GS2} - V_{G2} = 0 \rightarrow$$

$$\underbrace{(R_5 + R_6) K}_{5 V^{-1}} V_{GS2}^2 + \underbrace{(1 - 2(R_5 + R_6) K V_T)}_{-9} V_{GS2} + \underbrace{((R_5 + R_6) K V_T^2 - V_{G2})}_{-2V} = 0 \rightarrow$$

$$\begin{cases} V_{GS2} = -0.2V < V_T, \text{ quindi da scartare} \\ V_{GS2} = 2V > V_T, \text{ quindi da tenere} \end{cases}$$

$$V_{GS2} = 2V \rightarrow V_{S2} = V_{G2} - V_{GS2} = 5V = V_U$$

$$I_{R56} = I_{S2} = I_{D2} = \frac{V_{S2}}{R_5 + R_6} = 1 mA$$

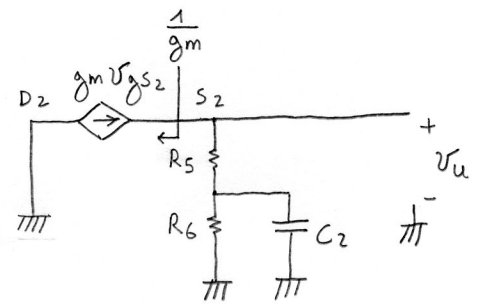
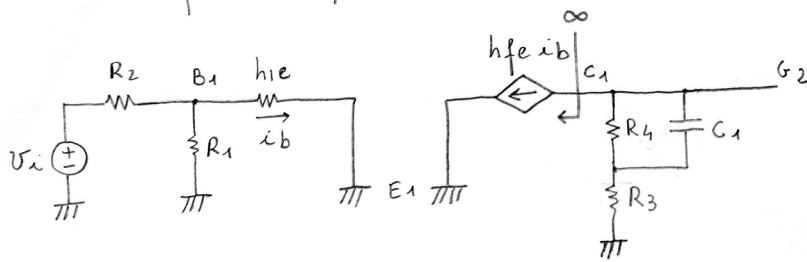
$$V_{D2} = V_{CC} = 10V \rightarrow V_{DS2} = V_{D2} - V_{S2} = 5V > V_{GS2} - V_T = 1V$$

ipotesi 2 verificata

$$\left[ g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \Big|_Q = 2K (V_{GS} - V_T) = 2 \frac{mA}{V} \right] \text{ NON RICHIESTO}$$

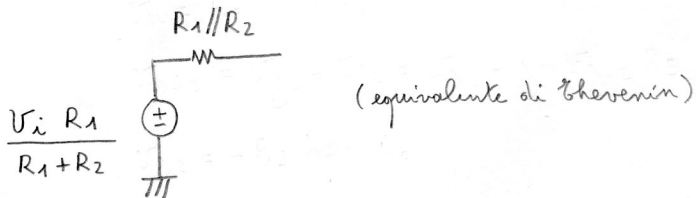
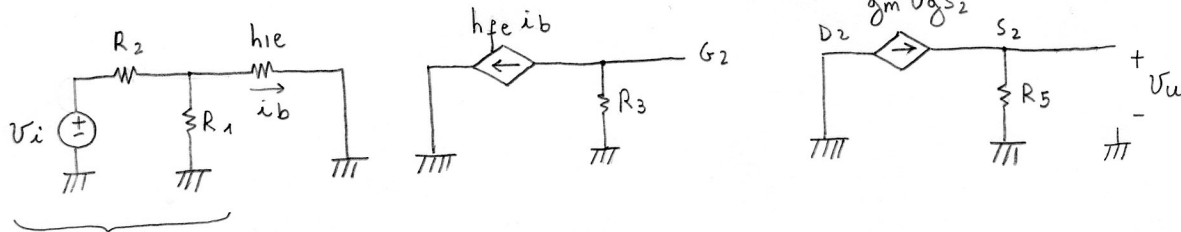
3) per  $Q_1$ :  $h_{fe}=120$ ,  $h_{ie}=5\text{K}\Omega$ ; per  $Q_2$ :  $g_m = 2\text{mA/V}$

Circuito equivalente per le variazioni



2 condensatori, nessuna maglia impropria  $\rightarrow$  2 poli

Calcoliamoci  $A_v(\infty)$  chiudendo i due condensatori:



$$v_u = g_m v_{gs2} R_5$$

$$v_{gs2} = v_{g2} - v_{s2} = v_{g2} - R_5 g_m v_{gs2} \rightarrow (1 + R_5 g_m) v_{gs2} = v_{g2} \rightarrow v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1 + R_5 g_m}$$

$$v_{g2} = -R_3 h_{fe} i_b$$

$$i_b = \frac{v_i R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie}}$$

$$A_v(\infty) = \frac{v_u}{v_i} = - \frac{g_m R_5}{1 + R_5 g_m} R_3 h_{fe} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1 // R_2 + h_{ie}} = -1.261968$$

(negativo, come è giusto che sia dato che si tratta di uno stadio a emettitore comune, invertente, e di uno stadio a drain comune, non invertente, in cascata)

$$|A_v(\infty)|_{dB} = 2.021 \text{ dB}$$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$  numero zeri = numero poli = 2

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include  $C_1$  e  $C_2$ ).

$$R_{VC1} = R_4 // (R_3 + \infty) = R_4 = 1\text{K}\Omega$$

$$\omega_{p1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 100 \text{ Krad/s} \rightarrow f_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2\pi} = 15.915.494 \text{ Hz}$$

la  $v_u$  si annulla per lo  $s$  per cui  $R_3 + (R_4 // \frac{1}{C_1 s}) = 0$  perché in queste condizioni si annulla la  $v_{g2}$ , quindi la  $v_{gs2} = \frac{v_{g2}}{1 + g_m R_5 s}$  e la  $v_u = g_m v_{gs2} R_5$

$$R_3 + (R_4 // \frac{1}{C_1 s}) = R_3 + \frac{R_4 \frac{1}{C_1 s}}{R_4 + \frac{1}{C_1 s}} = R_3 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 s} = \frac{R_3 + R_3 R_4 C_1 s + R_4}{1 + R_4 C_1 s} = 0 \rightarrow$$

$$s = - \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4 C_1} = - \frac{1}{\frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} C_1} = - \frac{1}{(R_3 // R_4) C_1} \rightarrow \omega_{z1} = \frac{1}{(R_3 // R_4) C_1} = 300 \text{ Krad/s} \rightarrow$$

$$f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 47.746.483 \text{ Hz}$$

$$R_{VC2} = R_6 \parallel \left( R_5 + \frac{1}{g_m} \right) = 1272.72 \, \Omega \rightarrow \omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 1571.4286 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 250.1 \text{ Hz}$$

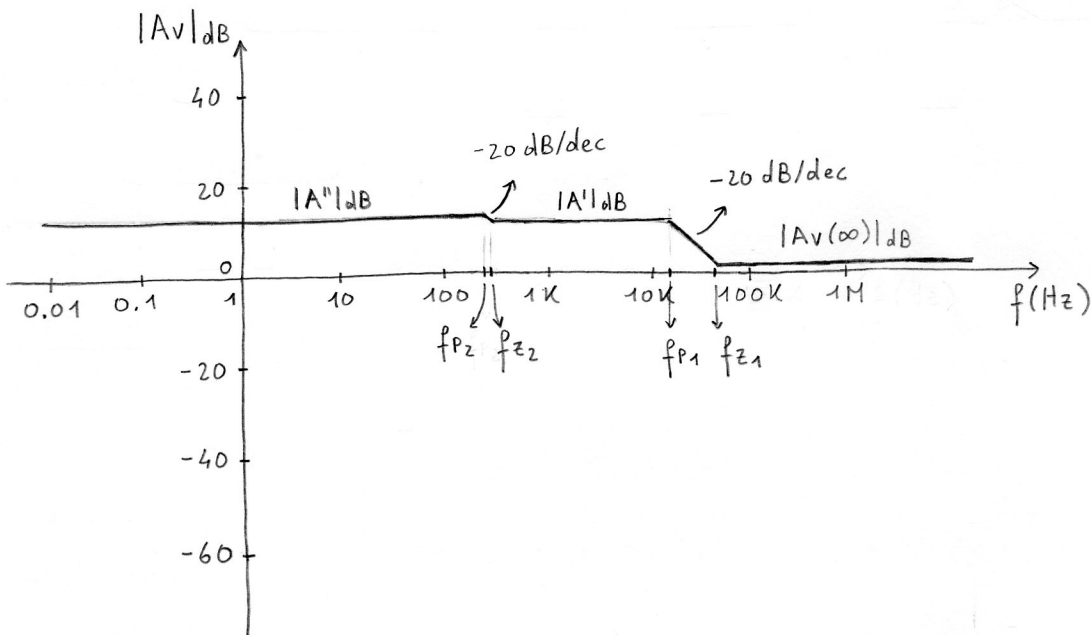
La  $\omega_{u1}$  si annulla per la  $s$  per cui  $R_5 + \left( R_6 \parallel \frac{1}{C_2 s} \right) = 0$  perché in queste condizioni l'uscita è cortocircuitata

$$R_5 + \frac{R_6 \frac{1}{C_2 s}}{R_6 + \frac{1}{C_2 s}} = R_5 + \frac{R_6}{1 + R_6 C_2 s} = \frac{R_5 + R_5 R_6 C_2 s + R_6}{1 + R_6 C_2 s} = 0 \rightarrow s = - \frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6 C_2} = - \frac{1}{\frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} C_2} =$$

$$= - \frac{1}{(R_5 \parallel R_6) C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{(R_5 \parallel R_6) C_2} = 1666.6 \text{ rad/s} \rightarrow f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 265.258 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z1}}{f_{P1}} = 3.7859$$

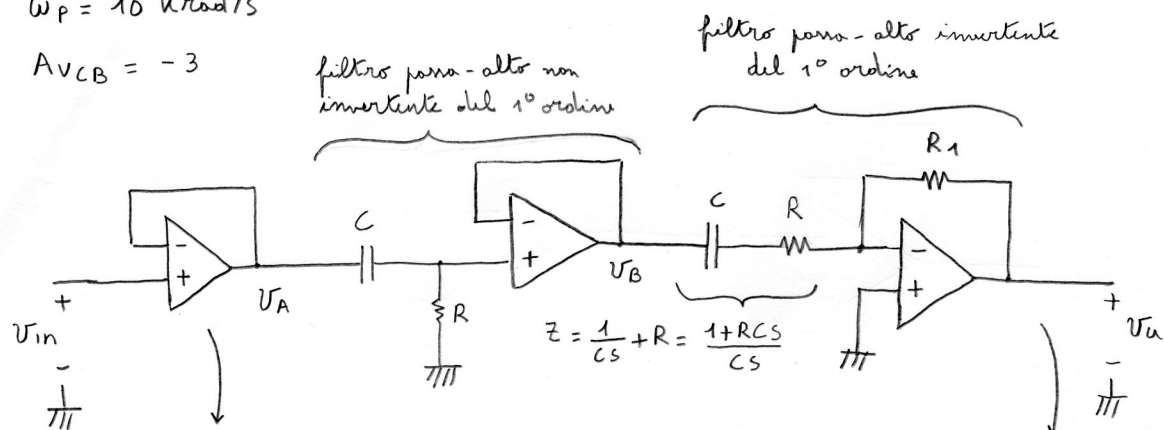
$$|A'| \text{ dB} = 11.56 \text{ dB}$$

$$|A''| = |A'| \frac{f_{z2}}{f_{P2}} = 4.0154$$

$$|A''| \text{ dB} = 12.07 \text{ dB}$$

4)  $\omega_p = 10 \text{ Krad/s}$

$A_{V_{CB}} = -3$



buffer, per rendere la  $R_{in} \approx \infty$  e quindi la funzione di trasferimento circa indipendente dall'impedenza della sorgente

qui non c'è bisogno di aggiungere un ulteriore buffer per rendere la  $R_{out} \approx 0$  e quindi la funzione di trasferimento circa indipendente dall'impedenza del carico perché la  $R_{out}$  è già circa pari a 0

$V_A = V_{in}$

$V_B = V_A \frac{R}{R + \frac{1}{CS}} = V_A \frac{RCS}{1 + RCS}$

$V_u = V_B \left( -\frac{R_1}{Z} \right) = V_B \left( -\frac{R_1 CS}{1 + RCS} \right) = V_B \left( -\frac{R_1}{R} \frac{RCS}{1 + RCS} \right)$

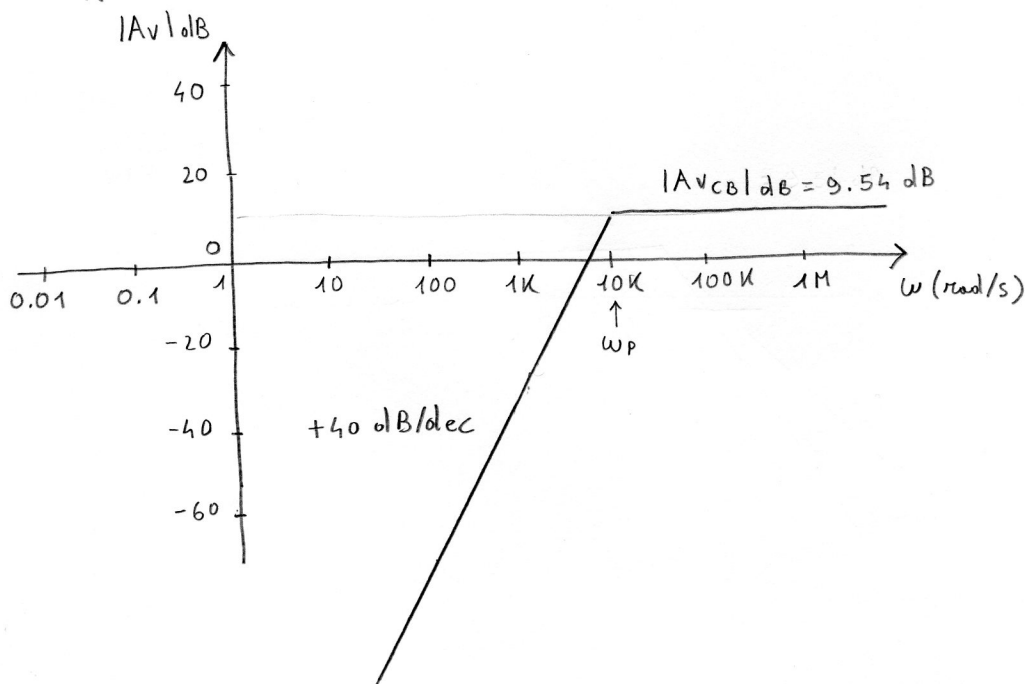
$A_v = \frac{V_u}{V_{in}} = -\frac{R_1}{R} \left( \frac{RCS}{1 + RCS} \right)^2 = -\frac{R_1}{R} \left( \frac{S}{S + \frac{1}{RC}} \right)^2 = A_{v\infty} \frac{S^2}{(S + \omega_p)^2}$

$A_{v\infty} = -\frac{R_1}{R} = A_{V_{CB}}$

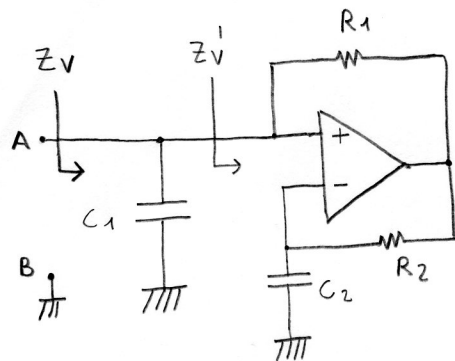
$\omega_p = \frac{1}{RC}$

$\frac{1}{RC} = 10'000 \text{ rad/s} \rightarrow \text{ad es. } R = 1 \text{ K}\Omega, C = \frac{1}{R\omega_p} = 100 \text{ nF}$

$-\frac{R_1}{R} = -3 \rightarrow \frac{R_1}{R} = 3 \rightarrow R_1 = 3R = 3 \text{ K}\Omega$



5)



$$C_1 = 1 \mu F$$

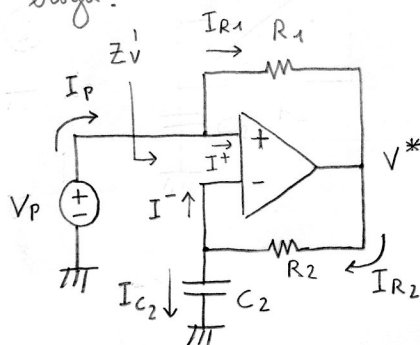
$$C_2 = 100 \text{ nF}$$

$$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 5 \text{ k}\Omega$$

$$Z_V = \frac{1}{C_1 s} \parallel Z_V'$$

per calcolarci la  $Z_V'$  possiamo mettere un generatore di prova  $V_P$  e valutarci la  $I_P$  che eroga:



per il c.c.v.  $V^- = V^+ = V_P$

$$I_{C_2} = \frac{V^-}{Z_{C_2}} = \frac{V_P}{Z_{C_2}}$$

ma per il c.c.v.  $I^- = 0 \rightarrow I_{R_2} = I_{C_2} \rightarrow$

$$V^* = V^- + R_2 I_{R_2} = V_P + R_2 \frac{V_P}{Z_{C_2}} = V_P \left( 1 + \frac{R_2}{Z_{C_2}} \right)$$

$$\text{per il c.c.v. } I^+ = 0 \rightarrow I_P = I_{R_1} = \frac{V^+ - V^*}{R_1} = \frac{1}{R_1} \left( V_P - V_P \left( 1 + \frac{R_2}{Z_{C_2}} \right) \right) =$$

$$= V_P \frac{1}{R_1} \left( 1 - 1 - \frac{R_2}{Z_{C_2}} \right) = - \frac{R_2}{R_1 Z_{C_2}} V_P \rightarrow$$

$$Z_V' = \frac{V_P}{I_P} = - \frac{R_1 Z_{C_2}}{R_2} = - \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{C_2 s} = \frac{1}{\left( - \frac{R_2}{R_1} C_2 \right) s} = \frac{1}{C' s}$$

$$\text{con } C' = - \frac{R_2}{R_1} C_2 = - 500 \text{ nF}$$

$$\text{quindi } Z_V = \frac{1}{C_1 s} \parallel \frac{1}{C' s} = \frac{\frac{1}{C_1 s} \frac{1}{C' s}}{\frac{1}{C_1 s} + \frac{1}{C' s}} = \frac{1}{C' s + C_1 s} = \frac{1}{(C_1 + C') s}$$

(parallelo delle due capacità  $C_1$  e  $C'$ ), cioè una capacità di valore

$$C_1 + C' = 1 \mu F - 500 \text{ nF} = 500 \text{ nF}$$