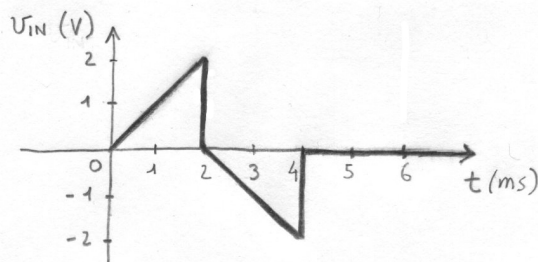
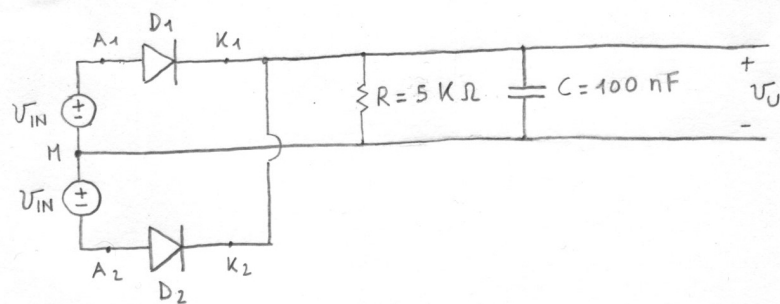


Scheda: A23_09		Data: 11 novembre 2023
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti

Si consideri il circuito rappresentato a sinistra in figura. Considerando i diodi D_1 e D_2 ideali e ipotizzando il condensatore C inizialmente scarico ($v_C(0) = 0$), si ricavi passo passo e si disegni l'andamento nel tempo, per $0 \leq t \leq 6$ ms, della tensione $v_U(t)$ che si ha in uscita da tale circuito quando in ingresso al circuito si applica la tensione $v_{IN}(t)$ il cui andamento nel tempo è rappresentato a destra in figura. In particolare, in ogni intervallo di tempo si specifichi lo stato (conduzione o interdizione) di ciascuno dei due diodi.



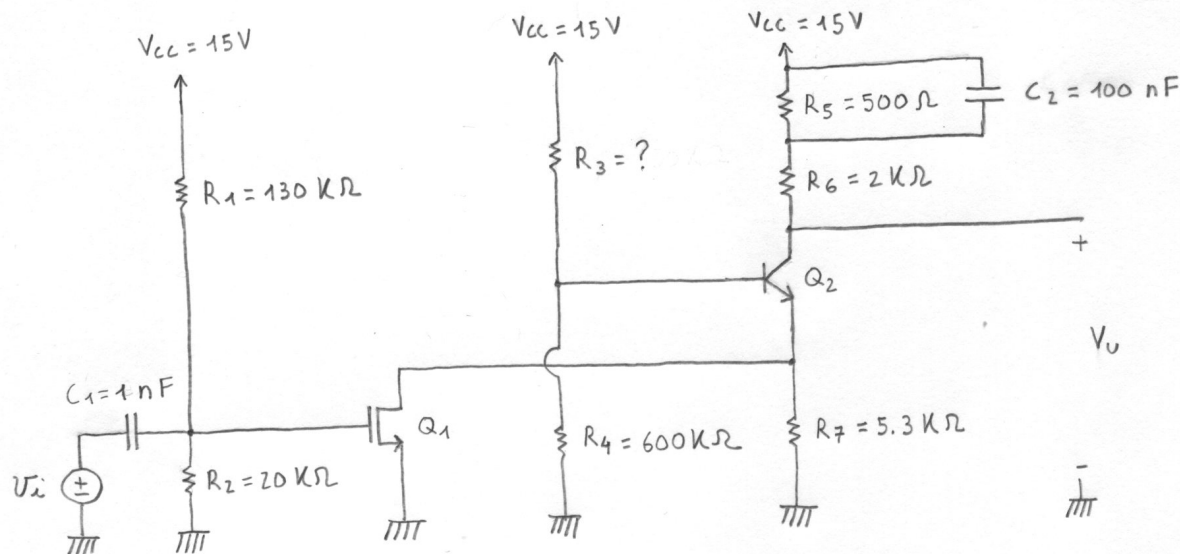
D_1, D_2 ideali ; $v_C(0) = 0$

ESERCIZIO N°2

7 punti

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 10 V, si ricavi il valore della resistenza R_3 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sulla zona di funzionamento dei due transistori.

[Per ricavare la corrente che scorre in R_7 e di conseguenza la $V_{E_2} \equiv V_{D_1}$, si calcolino prima separatamente la I_{E_2} (a partire dal valore di V_U) e la I_{D_1} (studiando il Q_1).]



per Q_1 : $V_{T1} = 1$ V

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1.01 \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$$

; per Q_2 : $h_{FE2} = 200$; $(V_U)_Q = 10$ V

ESERCIZIO N°3

7.5 punti

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui si assuma $R_3 = 450 \text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_{m1} = 2 \text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{fe2} = 250$, $h_{ie2} = 5 \text{ K}\Omega$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4

6 punti

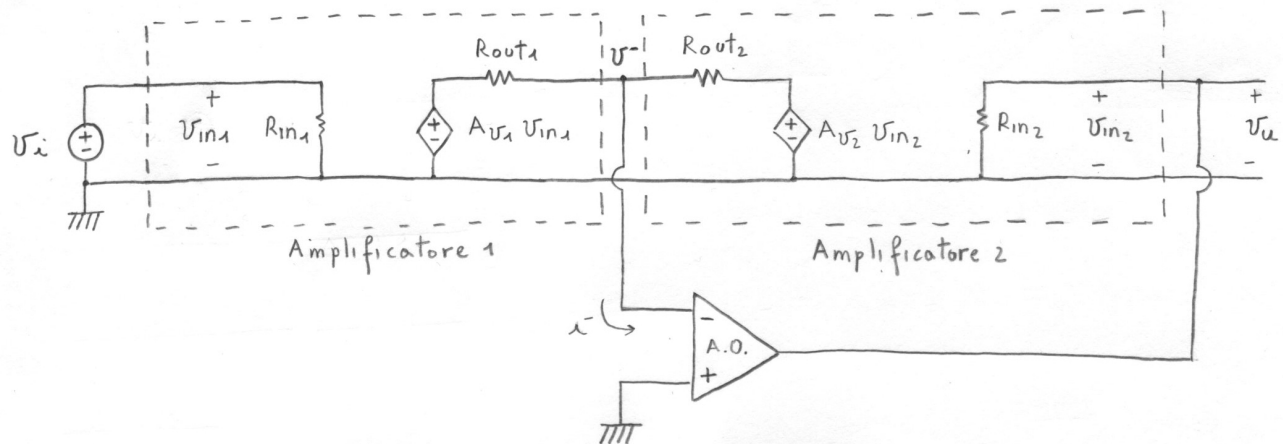
Si progetti, componendo opportunamente due filtri del primo ordine, un filtro passa-banda non selettivo invertente, con banda compresa tra $\omega_L = 500 \text{ rad/s}$ e $\omega_H = 2 \text{ Krad/s}$, guadagno in banda passante pari a -3, e attenuazione fuori banda pari a 20 dB/dec. Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

ESERCIZIO N°5

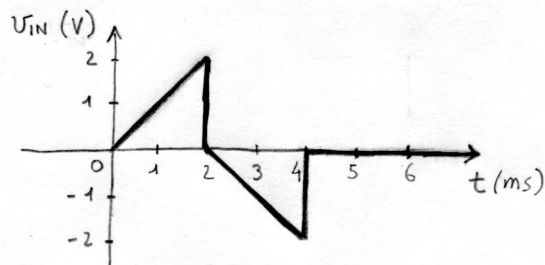
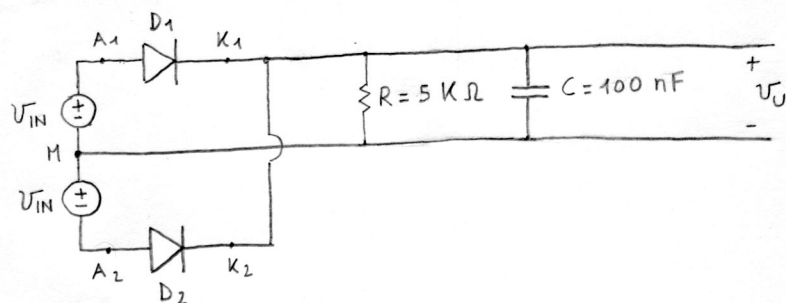
6 punti

Si trovi la funzione di trasferimento v_u/v_i del circuito rappresentato in figura (dove le due regioni racchiuse da tratteggio rappresentano la schematizzazione agli effetti esterni di due quadripoli con funzioni di trasferimento A_{v1} e A_{v2}). Si ipotizzi l'amplificatore operazionale A. O. ideale.

[A tal fine, ad esempio: determinare i valori di v^- e i^- imposti dal c.c.v. sull'amplificatore operazionale A. O. (in forte reazione negativa); scrivere l'equilibrio delle correnti al nodo compreso tra R_{out1} e R_{out2} ; da questo segue la relazione tra v_u e v_i .]



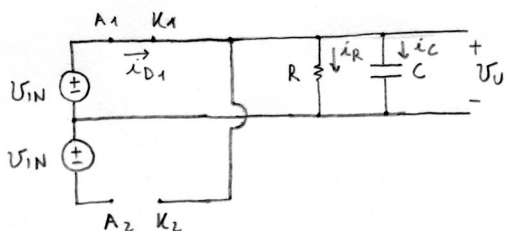
1)



D_1, D_2 ideali ; $V_C(0) = 0$

C inizialmente scarico $\rightarrow$ per $t=0$ $V_U = V_C = 0$;

- a) per t maggiore inizialmente la V_{IN} diventa positiva ; visto che (rispetto al nodo M) inizialmente V_{A1} è positiva, V_{A2} è negativa, $V_{K1} = V_{K2}$ è nulla, l'ipotesi più probabile è che D_1 conduca e D_2 sia interdetto
ipotesi: D_1 conduce, D_2 interdetto



$$V_U = V_C = V_{IN}$$

verifiche:

$$i_{D1} = i_R + i_C = \frac{V_{IN}}{R} + C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0 \quad \text{vero per } 0 < t < 2\text{ms}$$

perché in questo intervallo di tempo $V_{IN} > 0$ e V_{IN} cresce (cioè $\frac{dV_{IN}}{dt} > 0$), mentre cessa di essere vero per $t = 2\text{ms}$

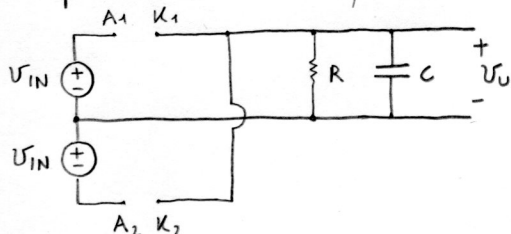
$$\text{perché per } t = 2\text{ms} \quad \frac{dV_{IN}}{dt} = -\infty ;$$

$$V_{AK2} = V_{A2} - V_{K2} = -V_{IN} - V_U = -V_{IN} - V_{IN} = -2V_{IN} < 0 \rightarrow V_{IN} > 0 \quad \text{vero per } 0 < t < 2\text{ms} ;$$

quindi si rimane in questa fase per $0 < t < 2\text{ms}$;

- b) per $t = 2\text{ms}$ il set di ipotesi viene meno ; ipotizziamo che D_1 si interdicca e D_2 rimanga interdetto (perché per il momento $-V_{IN}$ non è solito abbastanza e V_U non è sceso abbastanza da far entrare in conduzione D_2)

ipotesi: D_1 interdetto, D_2 interdetto



abbiamo il gruppo RC senza eccitazione con condensatore inizialmente alla tensione finale della fase precedente $V_C(2\text{ms}) = V_{IN}(2\text{ms}) = 2\text{V}$ e che si scarica esponenzialmente verso la tensione nulla con costante di tempo $RC = 0.5\text{ms}$ con l'andamento

$$V_U(t) = V_C(t) = V_{IN}(2\text{ms}) e^{-\frac{t-2\text{ms}}{0.5\text{ms}}} = 2\text{V} \cdot e^{-\frac{t-2\text{ms}}{0.5\text{ms}}}$$

verifiche:

$$V_{AK1} = V_{IN} - V_U < 0 \rightarrow V_U > V_{IN} \quad \text{vero da } t = 2\text{ms} \text{ in poi}$$

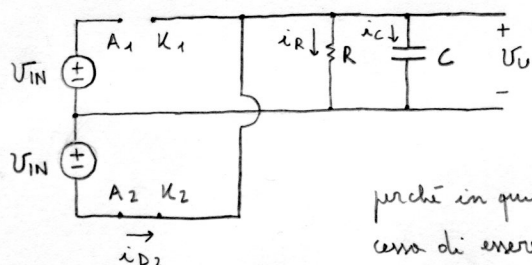
$$V_{AK2} = -V_{IN} - V_U < 0 \rightarrow V_U > -V_{IN} \quad \text{vero fino all'istante } t^* \text{ in cui si ha che}$$

$$V_U(t^*) = -V_{IN}(t^*) \quad \text{cioè } 2\text{V} \cdot e^{-\frac{t^*-2\text{ms}}{0.5\text{ms}}} = \frac{2\text{V}}{2\text{ms}} (t^*-2\text{ms}) \rightarrow 2\text{V} \cdot e^{-\frac{t^*-2\text{ms}}{0.5\text{ms}}} = \frac{1\text{V}}{\text{ms}} (t^*-2\text{ms})$$

quindi si rimane in questa fase per $2\text{ms} < t < t^*$

- c) per $t = t^*$ si ha che $-V_{IN}$ raggiunge V_U e D_2 entra in conduzione, quindi ipotizziamo D_1 interdetto e D_2 in conduzione

ipotesi: D_1 interdetto, D_2 conduce



$$V_U = V_C = -V_{IN}$$

verifiche:

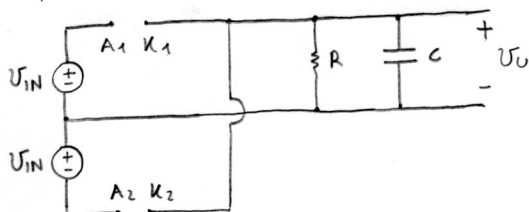
$$i_{D2} = i_R + i_C = -\frac{V_{IN}}{R} - C \frac{dV_{IN}}{dt} > 0 \quad \text{vero per } t^* < t < 4\text{ms}$$

perché in questo intervallo di tempo $V_{IN} < 0$ e V_{IN} decresce (cioè $\frac{dV_{IN}}{dt} < 0$), mentre cessa di essere vero per $t = 4\text{ms}$ perché per $t = 4\text{ms}$ $\frac{dV_{IN}}{dt} = +\infty$;

$$V_{AK1} = V_{IN} - V_U = V_{IN} - (-V_{IN}) = 2V_{IN} < 0 \text{ vero ricorrendo fino a } 4 \text{ ms};$$

quindi si rimane in questa fase per $t^* < t < 4 \text{ ms}$

- d) per $t = 4 \text{ ms}$ il ret di ipotesi viene meno; ipotizziamo che D_2 si interdice e D_1 rimanga interdetto (perché V_{IN} rimane inferiore a V_U e quindi D_1 non entra in conduzione)
ipotesi: D_1 interdetto, D_2 interdetto



abbiamo il gruppo RC senza eccitazione con condensatore inizialmente alla tensione finale della fase precedente

$V_C(4 \text{ ms}) = -V_{IN}(4 \text{ ms}) = 2 \text{ V}$ e che si scarica esponenzialmente verso la tensione nulla con costante di tempo $RC = 0.5 \text{ ms}$ con l'andamento

$$V_U(t) = V_C(t) = -V_{IN}(4 \text{ ms}) e^{-\frac{t-4 \text{ ms}}{0.5 \text{ ms}}} = 2 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t-4 \text{ ms}}{0.5 \text{ ms}}}$$

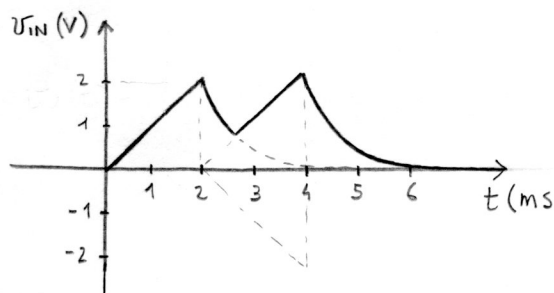
verifiche:

$$V_{AK1} = V_{IN} - V_U < 0 \rightarrow V_U > V_{IN} \text{ vero da } t = 4 \text{ ms} \text{ in poi (dato che } V_U > 0 \text{ mentre } V_{IN} = 0)$$

$$V_{AK2} = -V_{IN} - V_U < 0 \rightarrow V_U > -V_{IN} \text{ vero da } t = 4 \text{ ms} \text{ in poi (dato che } V_U > 0 \text{ mentre } V_{IN} = 0)$$

quindi si rimane in questa fase $\forall t > 4 \text{ ms}$

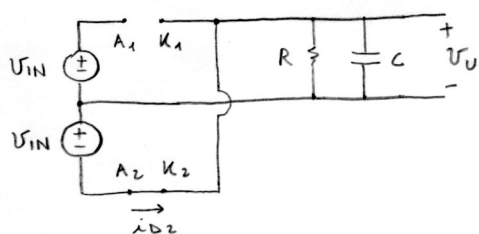
In conclusione abbiamo che $V_U(t)$ ha il seguente andamento:



- [* Notare che, finita la fase a), cioè per $t = 2 \text{ ms}$, non si passa direttamente nella condizione con D_1 interdetto e D_2 in conduzione.

Da un punto di vista logico, il motivo è che immediatamente dopo $t = 2 \text{ ms}$ la V_{IN} assume valori negativi e bassi in modulo, per cui (rispetto al nodo intermedio tra i due generatori, preso come riferimento) A_2 assume valori positivi ma bassi in modulo, mentre K_2 è ancora a una tensione elevata perché il condensatore è inerziale rispetto alla tensione, per cui D_2 non inizierà a condurre finché il condensatore non si sarà sufficientemente scaricato.

Da un punto di vista analitico, se per $t = 2 \text{ ms}$ facessimo l'ipotesi detta (D_1 interdetto e D_2 in conduzione) avremmo:



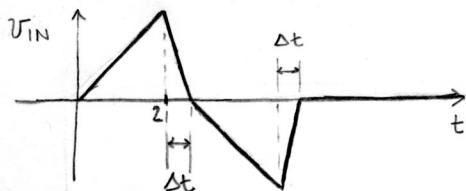
per cui $V_U = -V_{IN}$ (che tra l'altro comporterebbe per $t = 2 \text{ ms}$ un salto istantaneo della tensione di uscita da 2 V a 0 V , contrariamente al fatto che il condensatore C in parallelo all'uscita è inerziale rispetto alla tensione) e dovremmo verificare che

$$V_{AK1} = V_{IN} - (-V_{IN}) = 2V_{IN} < 0 \rightarrow V_{IN} < 0$$

$$i_{D2} = \frac{-V_{IN}}{R} + C \frac{d(-V_{IN})}{dt} > 0 \rightarrow \frac{V_{IN}}{R} + C \frac{dV_{IN}}{dt} < 0;$$

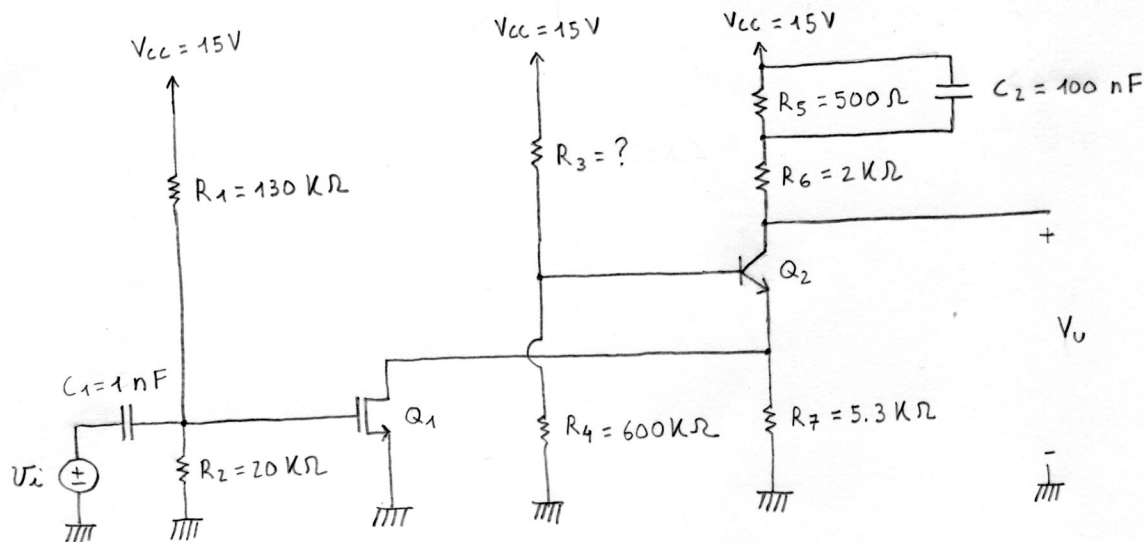
queste condizioni sarebbero verificate per $t > 2 \text{ ms}$, ma non nell'istante iniziale $t = 2 \text{ ms}$, dove la V_{IN} assume valori positivi, per cui la condizione $V_{AK1} < 0$ non è verificata; quindi l'ipotesi fatta cade all'istante iniziale e quindi va scartata.

Per convincersi ancora di più della cosa può essere utile pensare all'ingresso fornito nel testo (contenente delle discontinuità) come limite per $\Delta t \rightarrow 0$ di un ingresso fatto in questo modo:



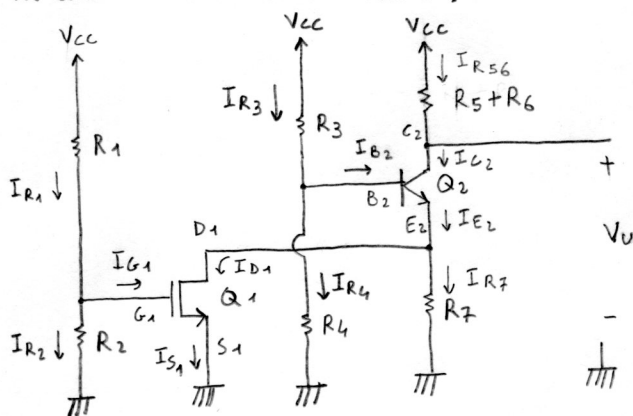
in questo caso dovrebbe risultare ancora più chiaro che se a partire da 2 ms si facesse l'ipotesi di D_1 interdetto e D_2 in conduzione, essa cadrebbe perché (essendo per $t = 2 \text{ ms}$ e negli istanti immediatamente successivi $V_{IN} > 0$) non sarebbe possibile verificare $V_{AK1} = 2V_{IN} < 0$; questo ragionamento deve valere anche per $\Delta t \rightarrow 0$, cioè per l'ingresso fornito nel testo.]

2)

per Q_1 : $V_{T1} = 1V$; per Q_2 : $h_{FE2} = 200$; $(V_U)_Q = 10V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} = 1.01 \frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$$V_{C2} = V_U = 10V$$

$$I_{R56} = \frac{V_{CC} - V_U}{R_5 + R_6} = 2mA = I_{C2}$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = 10\mu A > 0$$

$$I_{E2} = I_{C2} + I_{B2} = 2.01mA$$

$$I_{G1} = 0 \rightarrow I_{R1} = I_{R2} = \frac{V_{CC}}{R_1 + R_2} = 0.1mA$$

 $(R_1 \text{ e } R_2 \text{ in serie})$

$$V_{G1} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2V = V_{GS1} > V_T = 1V$$

(dato che $V_{S1} = 0$)ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D1} = K_1 (V_{GS1} - V_{T1})^2 = 1.01mA = I_{S1} \quad (\text{dato che } I_{G1} = 0)$$

$$\text{con } K_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 1.01 \frac{mA}{V^2}$$

$$I_{R7} = I_{E2} - I_{D1} = 1mA \quad \text{per l'equilibrio delle correnti al nodo } E_2 \equiv D_1$$

$$V_{E2} = V_{D1} = R_7 I_{R7} = 5.3V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4.7V > V_{CEsat} \approx 0.1V$$

$$V_{DS1} = V_{D1} = 5.3V > V_{GS1} - V_{T1} = 1V$$

(dato che $V_{S1} = 0$)

$$V_{B2} = V_{E2} + V_{\gamma} = 6V$$

$$I_{R4} = \frac{V_{B2}}{R_4} = 10\mu A$$

$$I_{R3} = I_{R4} + I_{B2} = 20\mu A$$

$$R_3 = \frac{V_{CC} - V_{B2}}{I_{R3}} = 450k\Omega$$

$$\left[g_{m1} = \frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}} \right]_Q = 2K_1 (V_{GS1} - V_{T1}) = 2.02 \frac{mA}{V}$$

NON RICHIESTO

ipotesi 1 verificata

ipotesi 2 verificata

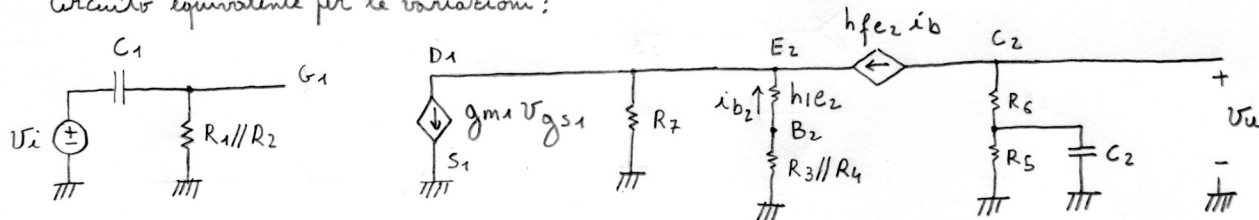
3) $R_3 = 450 \text{ k}\Omega$

$g_{m1} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

$h_{fe2} = 250$

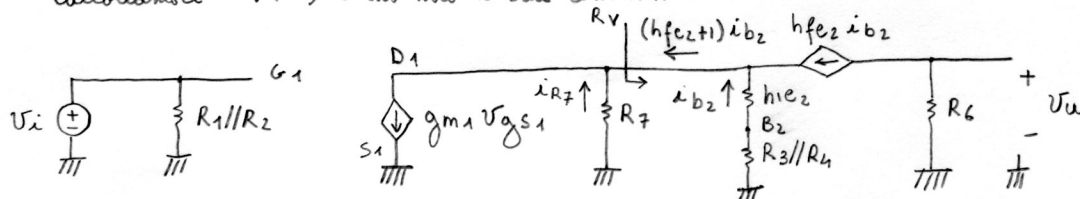
$h_{ie2} = 5 \text{ k}\Omega$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

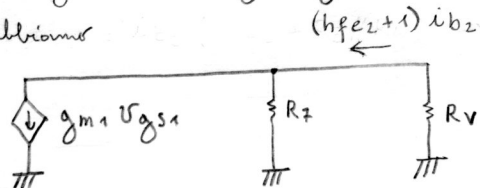
Calcoliamoci $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$V_u = -h_{fe2} i_{b2} R_6$

per legare i_{b2} a $g_{m1} V_{gs1}$ si può ad esempio procedere ad esempio in questo modo:

abbiamo



con $R_V = \frac{h_{ie2} + R_3 // R_4}{h_{fe2} + 1}$

per cui: $(h_{fe2} + 1) i_{b2} = g_{m1} V_{gs1} \frac{R_7}{R_7 + R_V}$ (partitore di corrente) $\rightarrow$

$i_{b2} = g_{m1} V_{gs1} \frac{R_7}{(R_7 + R_V)(h_{fe2} + 1)} = g_{m1} V_{gs1} \frac{R_7}{R_7(h_{fe2} + 1) + h_{ie2} + R_3 // R_4}$

oppure procedere equivalentemente così:

$i_{R7} R_7 = i_{b2} (h_{ie2} + R_3 // R_4) \rightarrow i_{R7} = i_{b2} \frac{h_{ie2} + R_3 // R_4}{R_7}$

$g_{m1} V_{gs1} = i_{R7} + (h_{fe2} + 1) i_{b2} = i_{b2} \left(\frac{h_{ie2} + R_3 // R_4}{R_7} + h_{fe2} + 1 \right) = i_{b2} \frac{h_{ie2} + R_3 // R_4 + R_7(h_{fe2} + 1)}{R_7} \rightarrow$

$i_{b2} = g_{m1} V_{gs1} \frac{R_7}{h_{ie2} + R_3 // R_4 + R_7(h_{fe2} + 1)}$

dopo di che

$V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = V_{g1} = V_i$ (dato che $V_{s1} = 0$)

quindi

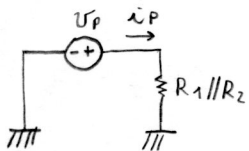
$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -h_{fe2} R_6 g_{m1} \frac{R_7}{h_{ie2} + R_3 // R_4 + R_7(h_{fe2} + 1)} = -3.32822$

(negativo, come deve essere dato che si tratta della cascata di uno stadio a source comune, invertente, e di uno stadio a base comune, non invertente)

$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 10.444 \text{ dB}$

$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow$ numero zeri = numero poli = 2

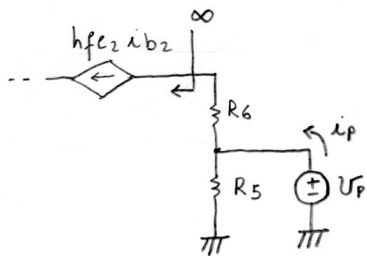
Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)



$$R_{VC1} = R_1 // R_2 = 17.333. \bar{3} \Omega \rightarrow \omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{VC1}} = 57692.3077 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 9182.0159 \text{ Hz}$$

C_1 si trova in serie nell'unico percorso che porta nell'uscita l'effetto del segnale, per cui v_u si annulla per la s per cui $\frac{1}{C_1 s} = \infty \rightarrow s = 0 \rightarrow \omega_{Z1} = 0 \rightarrow f_{Z1} = 0$



$$R_{VC2} = R_5 // (R_6 + \infty) = R_5 = 500 \Omega \rightarrow \omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{VC2}} = 20000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$f_{P2} = \frac{\omega_{P2}}{2\pi} = 3183.099 \text{ Hz}$$

la v_u si annulla per la s per cui $R_6 + R_5 // \frac{1}{C_2 s} = 0$ (perché in tali condizioni la v_u è preso ai capi di un cortocircuito) $\rightarrow$

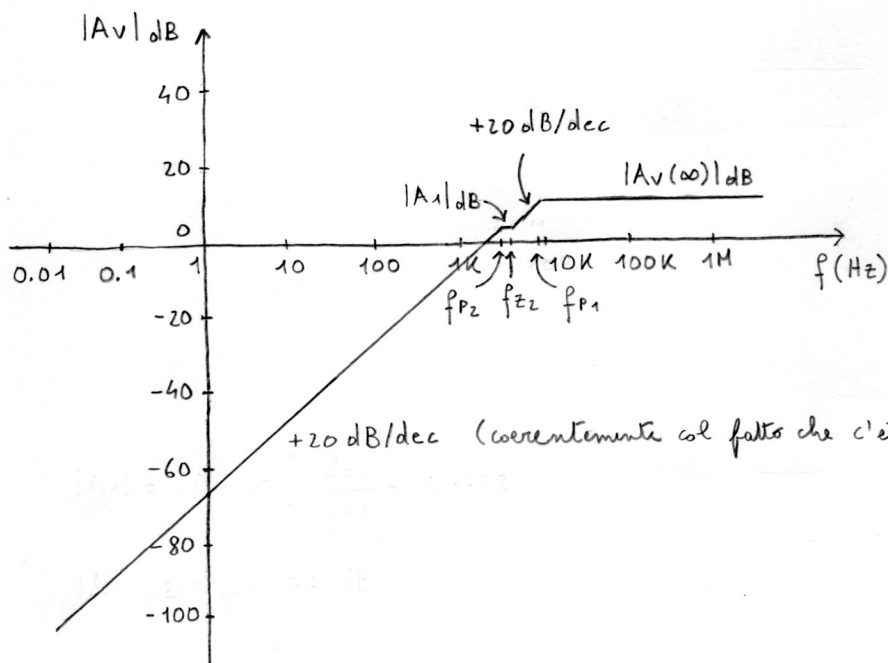
$$R_6 + \frac{R_5 \frac{1}{C_2 s}}{R_5 + \frac{1}{C_2 s}} = R_6 + \frac{R_5}{1 + R_5 C_2 s} = \frac{R_5 + R_6 + R_5 R_6 C_2 s}{1 + R_5 C_2 s} = 0 \rightarrow R_5 + R_6 + R_5 R_6 C_2 s = 0 \rightarrow$$

$$s = -\frac{R_5 + R_6}{R_5 R_6 C_2} = -\frac{1}{\frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} C_2} = -\frac{1}{C_2 (R_5 // R_6)} \rightarrow \omega_{Z2} = \frac{1}{C_2 (R_5 // R_6)} = 25000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$f_{Z2} = \frac{\omega_{Z2}}{2\pi} = 3978.8736 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

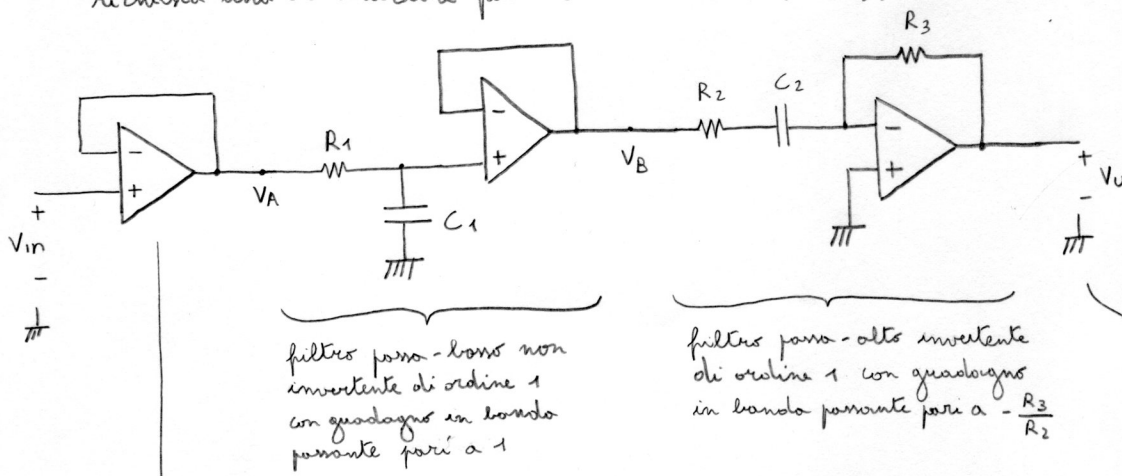
$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{s(s + \omega_{Z2})}{(s + \omega_{P1})(s + \omega_{P2})}$$



$$|A_1| = |A_v(\infty)| \frac{f_{Z2}}{f_{P1}} = 1.4422$$

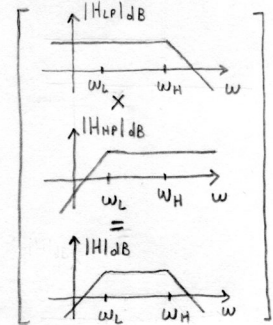
$$|A_1|_{dB} = 3.1806 \text{ dB}$$

- 4) Per ottenere un filtro passa-banda non selettivo che lascia passare l'intervallo di pulsazioni (ω_L, ω_H) possiamo mettere in cascata un filtro passa-basso con limite superiore di banda ω_H e un filtro passa-alto con limite inferiore di banda ω_L ; il guadagno in banda passante sarà il prodotto dei guadagni in banda passante dei due filtri. Tra le infinite scelte possibili, scelgo di mettere prima un passa-basso con limite superiore di banda $\omega_H = 2 \text{ K rad/s}$ e guadagno in banda passante 1 e poi un passa-alto con limite inferiore di banda $\omega_L = 500 \text{ rad/s}$ e guadagno in banda passante -3, entrambi del primo ordine (visto che viene richiesta una attenuazione fuori banda di 20 dB/dec).



filtro passa-basso non invertente di ordine 1 con guadagno in banda passante pari a 1

filtro passa-alto invertente di ordine 1 con guadagno in banda passante pari a $-\frac{R_3}{R_2}$



qui non è necessario mettere un buffer per rendere la $R_{out} \approx 0$ e quindi la funzione di trasferimento indipendente dall'impedenza del carico perché la R_{out} è già circa nulla

buffer, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dall'impedenza della sorgente

$$V_A = V_{in}$$

$$V_B = V_A \frac{\frac{1}{C_1 s}}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = V_A \frac{1}{1 + R_1 C_1 s} = V_A \frac{1}{1 + \frac{s}{\frac{1}{R_1 C_1}}} = V_A \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_H}} \quad \text{con } \omega_H = \frac{1}{R_1 C_1}$$

$$V_U = V_B \left(-\frac{R_3}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} \right) = V_B \left(-\frac{R_3 C_2 s}{R_2 C_2 s + 1} \right) = V_B \left(-\frac{R_3}{R_2} \frac{s}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \right) = V_B \left(-\frac{R_3}{R_2} \frac{s}{s + \omega_L} \right) \quad \text{con } \omega_L = \frac{1}{R_2 C_2}$$

quindi

$$V_U = -\frac{R_3}{R_2} \frac{s}{(s + \omega_L) \left(1 + \frac{s}{\omega_H} \right)} V_{in} \rightarrow$$

$$H(s) = \frac{V_U}{V_{in}} = -\frac{R_3}{R_2} \frac{s}{(s + \omega_L) \left(1 + \frac{s}{\omega_H} \right)}$$

con guadagno in banda passante dato da

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} H(s) = -\frac{R_3}{R_2} \frac{s}{s \cdot 1} = -\frac{R_3}{R_2}$$

$$\omega_L \ll |s| \ll \omega_H$$

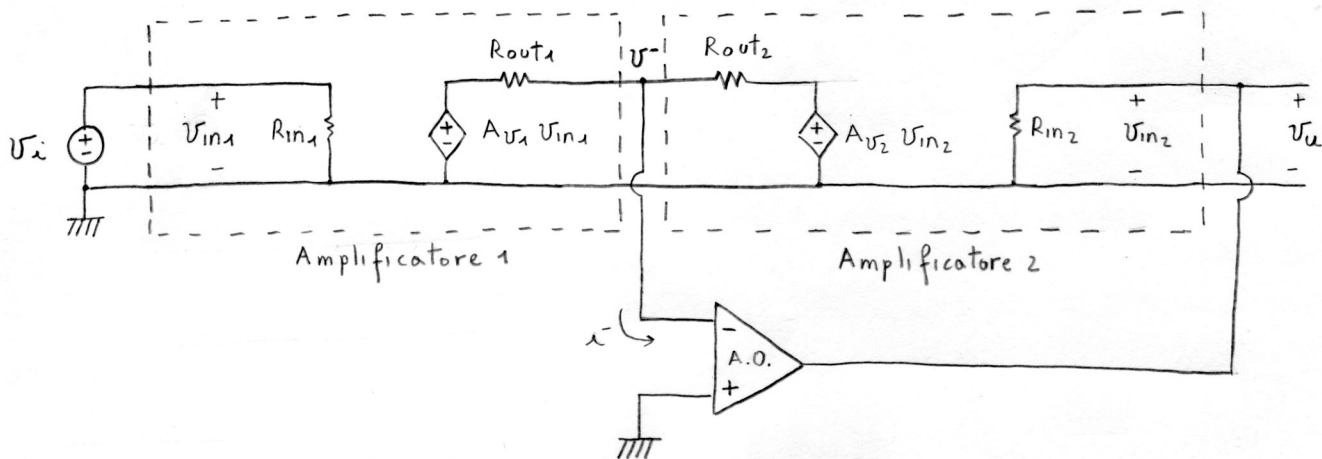
per cui dobbiamo imporre:

$$-\frac{R_3}{R_2} = -3 \rightarrow R_3 = 3 R_2, \quad \text{ad esempio } R_2 = 1 \text{ K}\Omega, \quad R_3 = 3 \text{ K}\Omega$$

$$\omega_L = \frac{1}{R_2 C_2} = 500 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow C_2 = \frac{1}{R_2 \omega_L} = 2 \mu\text{F}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_1 C_1} = 2000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \text{ad esempio } R_1 = 1 \text{ K}\Omega, \quad C_1 = \frac{1}{R_1 \omega_H} = 500 \text{ nF}$$

5)



per il c.c.v. la i^- che entra nell'ingresso invertente dell'A.O. è nulla, per cui R_{out1} e R_{out2} sono in serie; di conseguenza, usando ad esempio il principio di sovrapposizione degli effetti, abbiamo che

$$V^- = \underbrace{A_{V1} V_{in1} \frac{R_{out2}}{R_{out1} + R_{out2}}}_{\text{effetto di } A_{V1} V_{in1} \text{ su } V^- \text{ con } A_{V2} V_{in2} \text{ disattivato}} + \underbrace{A_{V2} V_{in2} \frac{R_{out1}}{R_{out1} + R_{out2}}}_{\text{effetto di } A_{V2} V_{in2} \text{ su } V^- \text{ con } A_{V1} V_{in1} \text{ disattivato}} \quad * \quad ;$$

ma $V_{in1} = V_i$, $V_{in2} = V_u$, $V^- = V^+ = 0$ per il c.c.v. imposto dall'amplificatore operazionale in forte reazione negativa, per cui

$$0 = A_{V1} V_i \frac{R_{out2}}{R_{out1} + R_{out2}} + A_{V2} V_u \frac{R_{out1}}{R_{out1} + R_{out2}} \rightarrow$$

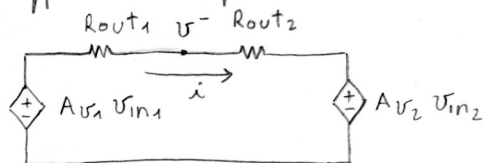
$$A_{V2} V_u R_{out1} = -A_{V1} V_i R_{out2} \rightarrow (*)$$

$$V_u = -\frac{A_{V1}}{A_{V2}} \frac{R_{out2}}{R_{out1}} V_i \rightarrow$$

$$A_V = \frac{V_u}{V_i} = -\frac{R_{out2}}{R_{out1}} \frac{A_{V1}}{A_{V2}}$$

proporzionale al rapporto tra le funzioni di trasferimento A_{V1} dell'amplificatore 1 e la funzione di trasferimento A_{V2} dell'amplificatore 2.

* oppure ad esempio:

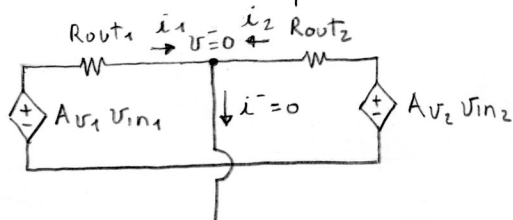


$$i = \frac{A_{V1} V_{in1} - A_{V2} V_{in2}}{R_{out1} + R_{out2}}$$

$$\begin{aligned} V^- &= A_{V1} V_{in1} - R_{out1} \cdot i = \\ &= A_{V1} V_{in1} - \frac{R_{out1}}{R_{out1} + R_{out2}} A_{V1} V_{in1} + \frac{R_{out1}}{R_{out1} + R_{out2}} A_{V2} V_{in2} = \\ &= A_{V1} V_{in1} \frac{R_{out2}}{R_{out1} + R_{out2}} + A_{V2} V_{in2} \frac{R_{out1}}{R_{out1} + R_{out2}} \end{aligned}$$

(riprendendo la strada suggerita nel testo)

(*) o alternativamente: per il c.c.v. $i^- = 0$, $V^- = V^+ = 0$; per l'equilibrio delle correnti al nodo centrale, $i_1 + i_2 - i^- = 0$; ma: $i^- = 0$,



$$\begin{aligned} i_1 &= \frac{A_{V1} V_{in1} - V^-}{R_{out1}} = \frac{A_{V1} V_{in1} - 0}{R_{out1}} = \frac{A_{V1} V_{in1}}{R_{out1}} ; \\ i_2 &= \frac{A_{V2} V_{in2} - V^-}{R_{out2}} = \frac{A_{V2} V_{in2} - 0}{R_{out2}} = \frac{A_{V2} V_{in2}}{R_{out2}} ; \end{aligned}$$

$$\text{quindi da } i_1 + i_2 - i^- = 0 \text{ discende che } \frac{A_{V1} V_{in1}}{R_{out1}} + \frac{A_{V2} V_{in2}}{R_{out2}} = 0 \rightarrow A_{V2} V_{in2} R_{out1} = -A_{V1} V_{in1} R_{out2} \rightarrow$$

$$A_{V2} V_u R_{out1} = -A_{V1} V_i R_{out2}$$