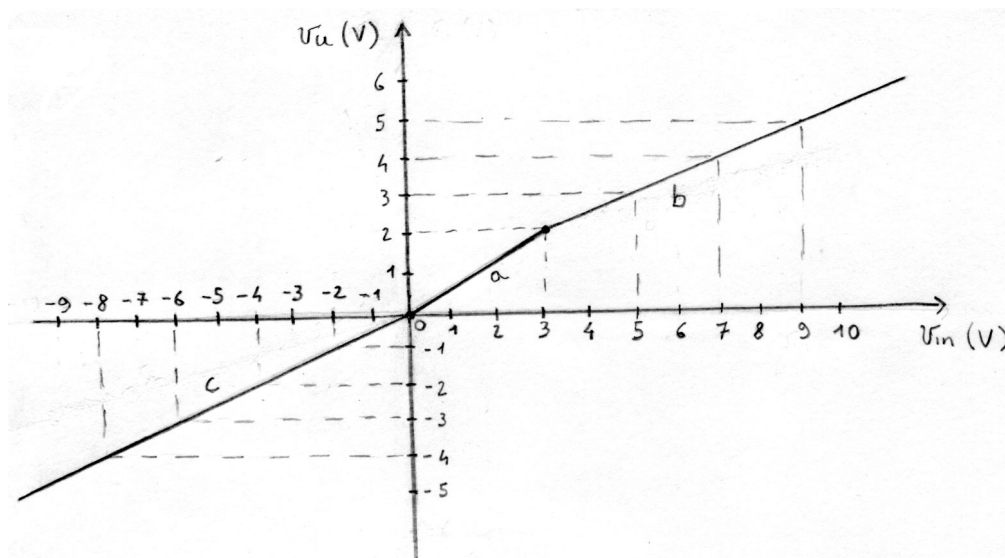


Scheda: A24_02		Data: 25 gennaio 2024
Cognome	Nome	Matricola

ESERCIZIO N°1

6.5 punti

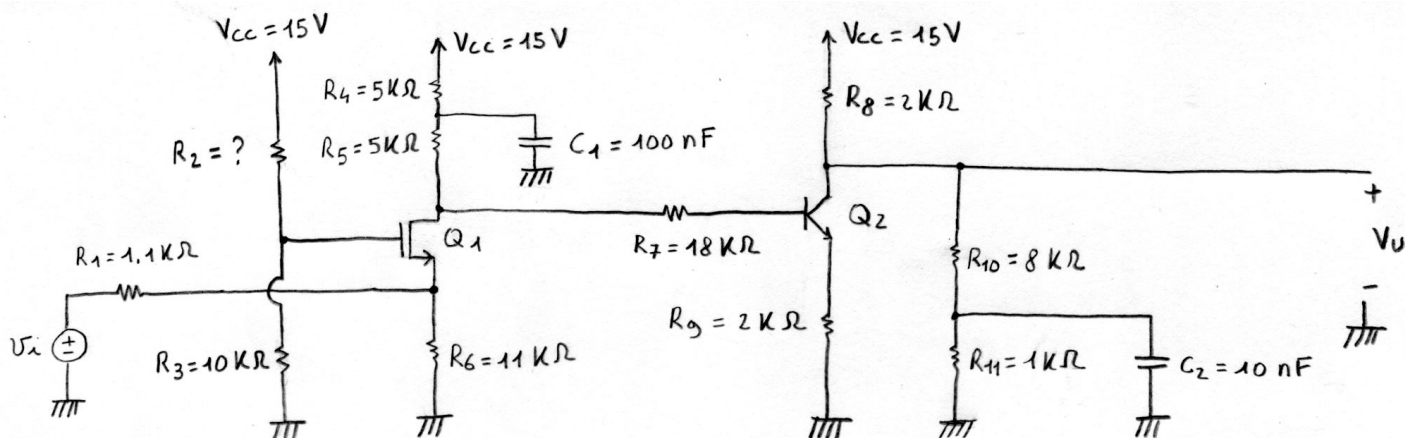
Si progetti e si dimensioni un circuito che possieda la caratteristica ingresso-uscita lineare a tratti (composta dai tre tratti *a*, *b* e *c*) mostrata nella figura sottostante, indipendentemente dalla sorgente e dal carico applicati. Nello svolgimento dell'esercizio, si considerino tutti i componenti ideali.



ESERCIZIO N°2

7 punti

Con riferimento al circuito in figura, ipotizzando Q_1 (transistore MOS a canale n) in saturazione e Q_2 (transistore BJT npn) in zona attiva diretta e sapendo che la tensione V_U di uscita a riposo è pari a 9 V, si ricavi il valore della resistenza R_2 . Si determini il punto di lavoro di Q_1 e Q_2 e si verifichino le ipotesi fatte sulla zona di funzionamento dei due transistori.



per Q_1 : $V_{T1} = 1V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

; per Q_2 : $h_{FE2} = 200$; $(V_U)_Q = 9V$

ESERCIZIO N°3

7.5 punti

Si consideri il circuito mostrato nell'esercizio precedente, in cui si assuma $R_2 = 50 \text{ K}\Omega$. Considerando per Q_1 : $g_{m1} = 2 \text{ mA/V}$ e per Q_2 : $h_{fe2} = 250$, $h_{ie2} = 5 \text{ K}\Omega$, se ne ricavi la funzione di trasferimento $A_v(s) = V_u/V_i$ (calcolando separatamente poli, zeri e costante moltiplicativa). Il diagramma di Bode non è richiesto.

ESERCIZIO N°4

6 punti

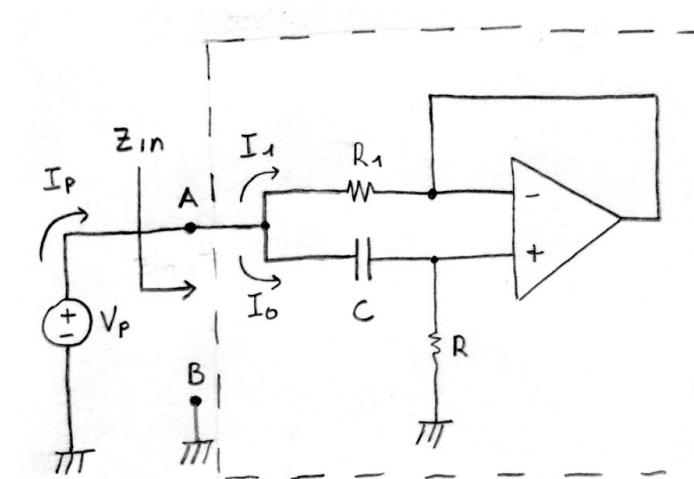
Si progetti (componendo in maniera appropriata due filtri di ordine 1) un filtro elimina-banda che sopprima l'intervallo di pulsazioni compreso tra $\omega_L = 200 \text{ rad/s}$ e $\omega_H = 10 \text{ Krad/s}$ e che per $\omega \ll \omega_L$ e per $\omega \gg \omega_H$ presenti un guadagno pari a -5. Si realizzi in maniera tale che la sua funzione di trasferimento sia indipendente dall'impedenza della sorgente e del carico. Dopo averne disegnato lo schema circuitale, se ne trovi la funzione di trasferimento e si dimensionino tutti i suoi componenti circuitali.

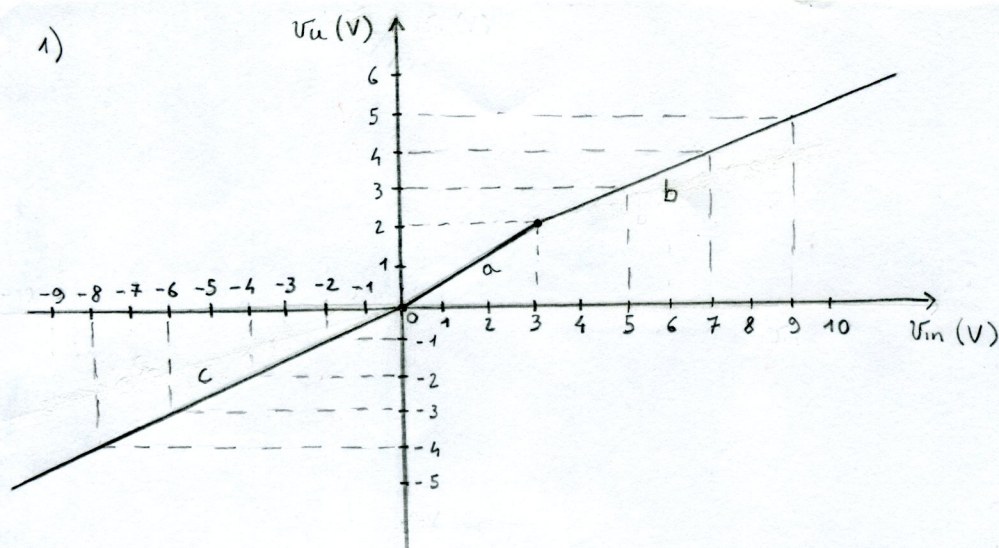
ESERCIZIO N°5

6 punti

Lavorando nel dominio di Laplace e considerando l'amplificatore operazionale ideale, si trovi (usando la definizione operativa di impedenza vista) l'impedenza di ingresso (vista tra i due nodi A e B) del circuito riquadrato a tratteggio nella figura sottostante.

[Conviene scrivere la corrente I_P come somma delle correnti I_0 e I_1 , valutate facendo uso del metodo del cortocircuito virtuale per l'amplificatore operazionale.]





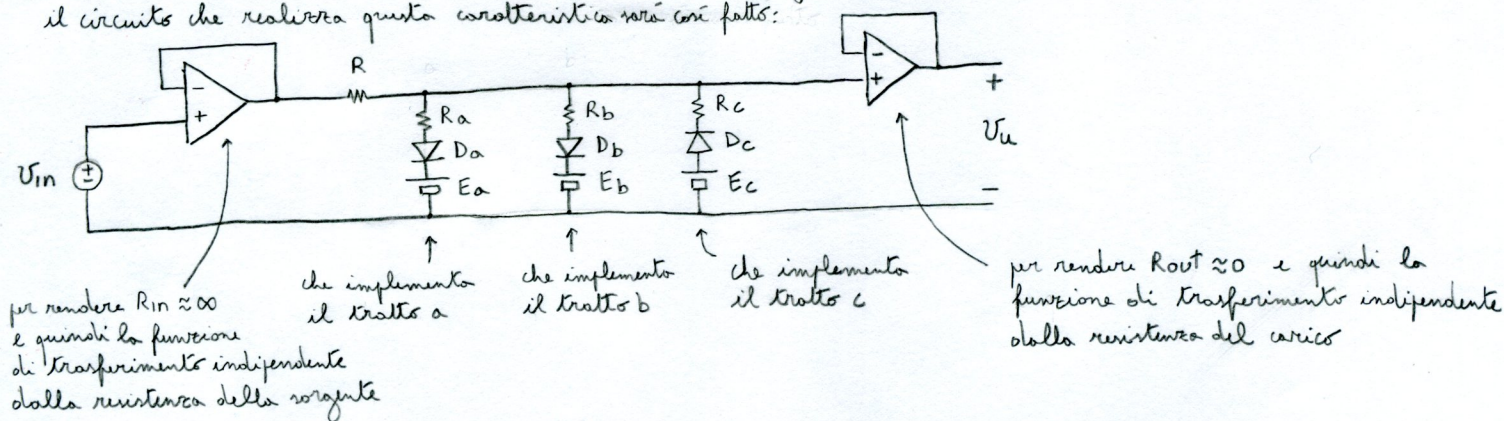
la pendenza del tratto a è $p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{3-0} = \frac{2}{3}$

la pendenza del tratto b è $p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-2}{9-3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

la pendenza del tratto c è $p = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-(-4)}{0-(-8)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

tutte e tre le pendenze sono positive e in modulo minori di 1, la caratteristica passa per l'origine, le pendenze vanno diminuendo (in modulo) allontanandosi dall'origine;

il circuito che realizza questa caratteristica sarà così fatto:



E_a è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto a, quindi $E_a = 0$;
 E_b è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto b, quindi $E_b = 2V$;
 E_c è l'ordinata del punto da cui parte (allontanandosi dall'origine) il tratto c, quindi $E_c = 0$;

per $0 \leq V_{in} \leq 3V$ conduce D_a , mentre D_b e D_c sono interdetti $\rightarrow$

$$V_u = V_{in} \frac{R_a}{R+R_a} \rightarrow \frac{\partial V_u}{\partial V_{in}} = \frac{R_a}{R+R_a}; \text{ quindi dobbiamo imporre}$$

$$\frac{R_a}{R+R_a} = \frac{2}{3} \rightarrow 3R_a = 2R + 2R_a \rightarrow R_a = 2R;$$

per $V_{in} \geq 3V$ conducono D_a e D_b , mentre D_c è interdetto $\rightarrow$

$$V_u = V_{in} \frac{R_a // R_b}{R+R_a // R_b} + E_b \frac{R // R_a}{R_b + R // R_a} \rightarrow \frac{\partial V_u}{\partial V_{in}} = \frac{R_a // R_b}{R+R_a // R_b}; \text{ quindi dobbiamo imporre}$$

$$\frac{R_a // R_b}{R+R_a // R_b} = \frac{1}{2} \rightarrow 2(R_a // R_b) = R + (R_a // R_b) \rightarrow R_a // R_b = R \rightarrow$$

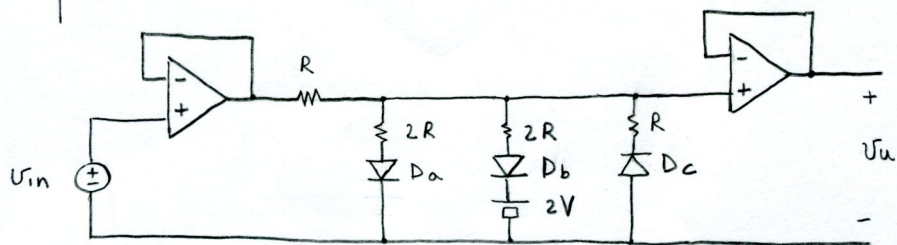
$$\frac{R_a R_b}{R_a + R_b} = R \rightarrow \frac{2R \cdot R_b}{2R + R_b} = R \rightarrow 2R_b = 2R + R_b \rightarrow R_b = 2R;$$

per $V_{in} \leq 0$ conduce D_c , mentre D_a e D_b sono interdetti $\rightarrow$

$$V_u = V_{in} \frac{R_c}{R+R_c} \rightarrow \frac{\partial V_u}{\partial V_{in}} = \frac{R_c}{R+R_c}; \text{ quindi dobbiamo imporre}$$

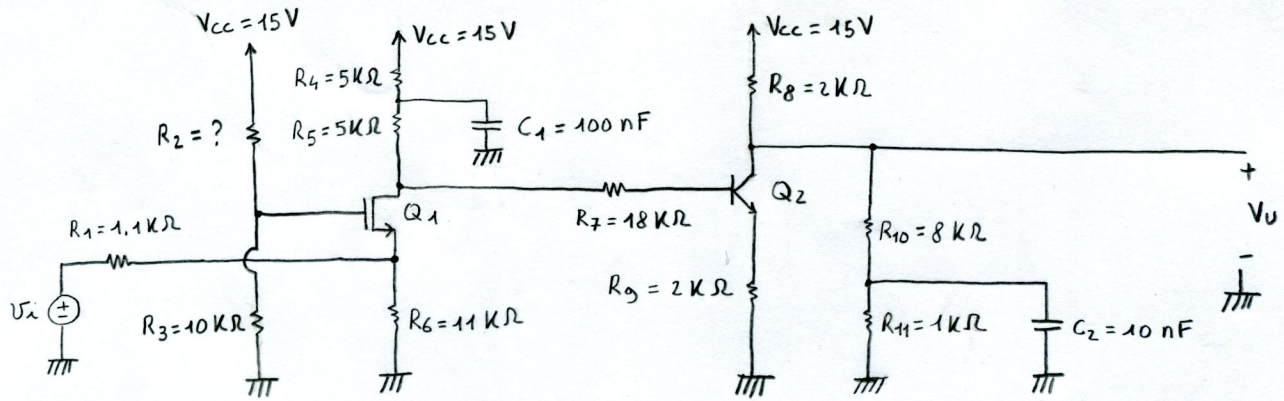
$$\frac{R_c}{R+R_c} = \frac{1}{2} \rightarrow 2R_c = R + R_c \rightarrow R_c = R;$$

quindi avremo



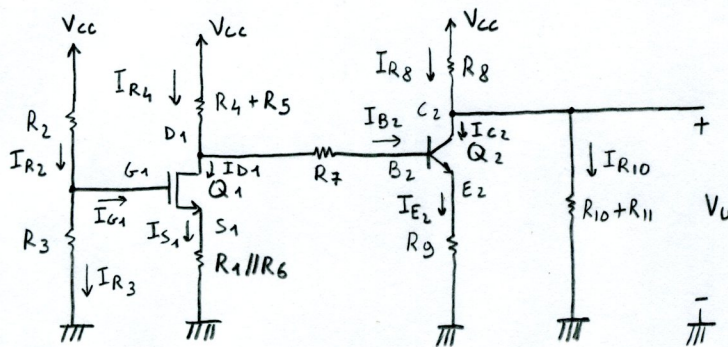
con ad esempio: $R = R_c = 1\text{ k}\Omega$, $R_a = R_b = 2R = 2\text{ k}\Omega$, $V_c = 1\text{ V}$

2)

per Q_1 : $V_{T1} = 1V$; per Q_2 : $h_{FE2} = 200$; $(V_U)_Q = 9V$

$$\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

In continua il circuito diventa:



$$V_{C2} = V_U = 9V$$

$$I_{R8} = \frac{V_{CC} - V_{C2}}{R_8} = 3mA$$

$$I_{R10} = \frac{V_U}{R_{10} + R_{11}} = 1mA$$

$$I_{C2} = I_{R8} - I_{R10} = 2mA$$

ipotesi 1: Q_2 in zona attiva diretta

$$I_{B2} = \frac{I_{C2}}{h_{FE2}} = 10 \mu A > 0$$

$$I_{E2} = I_{B2} + I_{C2} = 2.01 mA$$

$$V_{E2} = R_9 I_{E2} = 4.02 V$$

$$V_{CE2} = V_{C2} - V_{E2} = 4.98 V > V_{CEsat} \approx 0.1 V \rightarrow \text{ipotesi 1 verificata}$$

$$V_{B2} = V_{E2} + V_{BE} = 4.72 V$$

$$V_{D1} = V_{B2} + R_7 I_{B2} = 4.9 V$$

$$I_{R4} = \frac{V_{CC} - V_{D1}}{R_4 + R_5} = 1.01 mA$$

$$I_{D1} = I_{R4} - I_{B2} = 1 mA = I_{S1} \quad (\text{dato che } I_{G1} = 0)$$

ipotesi 2: Q_1 in saturazione

$$I_{D1} = K_1 (V_{GS1} - V_{T1})^2 \quad \text{con } K_1 = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W_1}{L_1} = 1 \frac{mA}{V^2}$$

$$V_{GS1} = V_{T1} + \sqrt{\frac{I_{D1}}{K_1}} = 2V > V_{T1} = 1V$$

un mosfet a canale n conduce
se $V_{GS1} > V_{T1}$

$$V_{S1} = I_{S1} (R_1 // R_6) = 1V$$

$$V_{DS1} = V_{D1} - V_{S1} = 3.9 V > V_{GS1} - V_{T1} = 1V \rightarrow \text{ipotesi 2 verificata}$$

$$V_{G1} = V_{GS1} + V_{S1} = 3V$$

$$I_{R3} = \frac{V_{G1}}{R_3} = 0.3 mA = I_{R2} \quad (\text{perché } I_{G1} = 0)$$

$$R_2 = \frac{V_{CC} - V_{G1}}{I_{R2}} = 40 k\Omega$$

$$\left[g_{m1} = \frac{\partial I_{D1}}{\partial V_{GS1}} \right]_Q = 2 K_1 (V_{GS1} - V_{T1}) = 2 \frac{mA}{V} \quad \text{NON RICHIESTO}$$

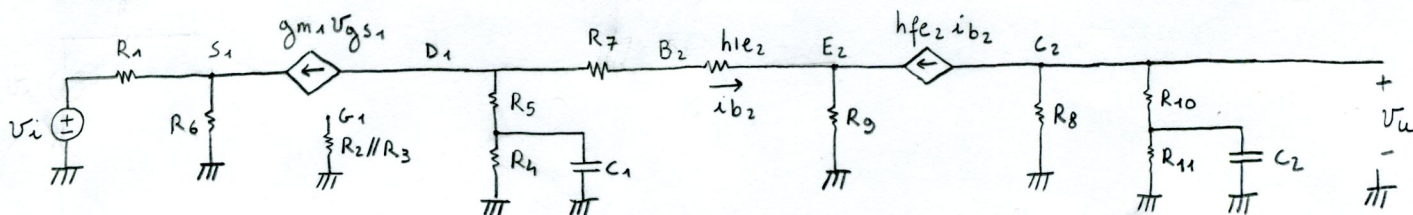
3) $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$

$g_{m1} = 2 \frac{\text{mA}}{\text{V}}$

$h_{fe2} = 250$

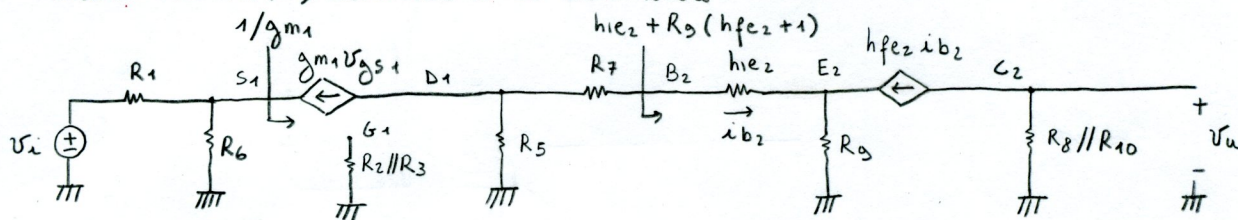
$h_{ie2} = 5 \text{ k}\Omega$

Circuito equivalente per le variazioni:



2 condensatori, nessuna maglia impropria $\rightarrow$ 2 poli

Calcoliamo $A_v(\infty)$ chiudendo i due condensatori



$$V_u = -h_{fe2} i_{b2} (R_8 \parallel R_{10})$$

$$i_{b2} = -g_{m1} V_{gs1} \frac{R_5}{R_5 + (R_7 + h_{ie2} + R_9(h_{fe2} + 1))} \quad (\text{partitore di corrente})$$

$$V_{gs1} = V_{g1} - V_{s1} = -V_{s1} \quad (\text{dato che } V_{g1} = 0)$$

$$V_{s1} = V_i \frac{R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + (R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}})}$$

quindi:

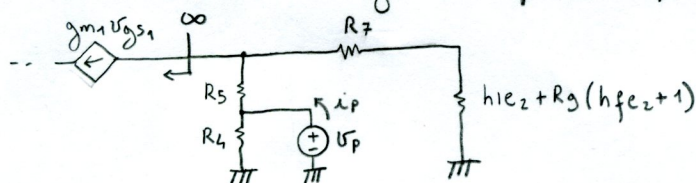
$$A_v(\infty) = \frac{V_u}{V_i} = -h_{fe2} (R_8 \parallel R_{10}) \frac{g_{m1} R_5}{R_5 + R_7 + h_{ie2} + R_9(h_{fe2} + 1)} \frac{R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + (R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}})} = -2.28702$$

(negativo, come deve essere dato che si tratta della cascata di uno stadio a gate comune, non invertente, e di uno stadio a emettitore comune, invertente)

$$|A_v(\infty)|_{\text{dB}} = 7.1854 \text{ dB}$$

$$A_v(\infty) \neq 0 \rightarrow \text{numero zeri} = \text{numero poli} = 2$$

Calcoliamo adesso le singolarità (facendo riferimento al circuito per le variazioni che include C_1 e C_2)



$$R_{Vc1} = R_4 \parallel (R_5 + \infty \parallel (R_7 + h_{ie2} + R_9(h_{fe2} + 1))) = R_4 \parallel (R_5 + R_7 + h_{ie2} + R_9(h_{fe2} + 1)) = 4953.271 \Omega$$

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{Vc1}} = 2018.868 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

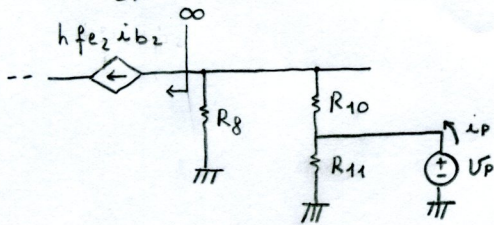
$$f_{P1} = \frac{\omega_{P1}}{2\pi} = 321.3128 \text{ Hz}$$

La V_u si annulla per la S per cui $R_5 + (R_4 \parallel \frac{1}{C_1 S}) = 0$ (perché in tale condizione $V_{d1} = 0 \rightarrow V_u = 0$) $\rightarrow$

$$R_5 + \frac{R_4 \frac{1}{C_1 S}}{R_4 + \frac{1}{C_1 S}} = R_5 + \frac{R_4}{1 + R_4 C_1 S} = \frac{R_5 + R_4 R_5 C_1 S + R_4}{1 + R_4 C_1 S} = 0 \rightarrow R_4 + R_5 + R_4 R_5 C_1 S = 0 \rightarrow$$

$$S = -\frac{R_4 + R_5}{R_4 R_5 C_1} = -\frac{1}{\frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} C_1} = -\frac{1}{(R_4 \parallel R_5) C_1} \rightarrow \omega_{Z1} = \frac{1}{(R_4 \parallel R_5) C_1} = 4000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$f_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{2\pi} = 636.62 \text{ Hz}$$



$$R_{Vc2} = R_{11} \parallel (R_{10} + (R_8 \parallel \infty)) = R_{11} \parallel (R_{10} + R_8) = 909.09 \Omega$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_2 R_{Vc2}} = 110'000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow f_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2\pi} = 17'507.044 \text{ Hz}$$

La V_u si annulla per la s per cui $R_{10} + (R_{11} \parallel \frac{1}{C_2 s}) = 0 \rightarrow R_{10} + \frac{R_{11} \frac{1}{C_2 s}}{R_{11} + \frac{1}{C_2 s}} = 0 \rightarrow$

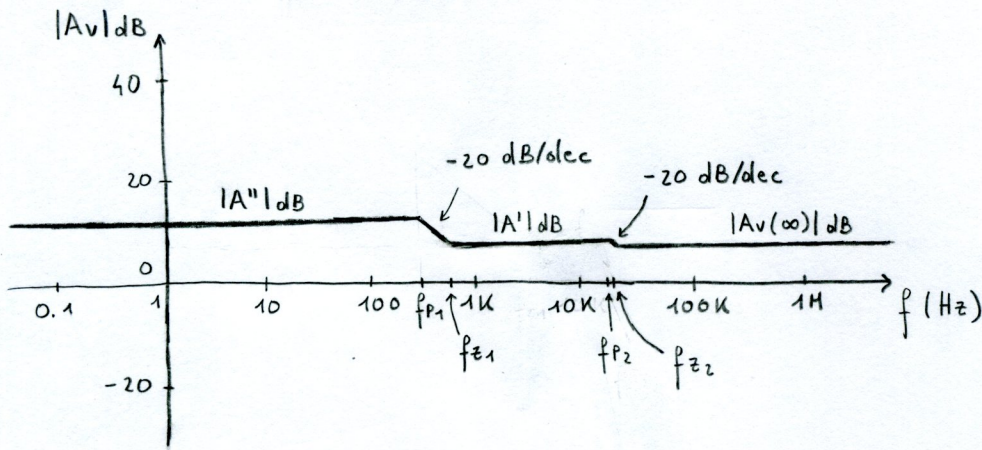
$$R_{10} + \frac{R_{11}}{1 + R_{11} C_2 s} = \frac{R_{10} + R_{10} R_{11} C_2 s + R_{11}}{1 + R_{11} C_2 s} = 0 \rightarrow R_{10} + R_{11} + R_{10} R_{11} C_2 s = 0 \rightarrow$$

$$s = - \frac{R_{10} + R_{11}}{R_{10} R_{11} C_2} = - \frac{1}{\frac{R_{10} R_{11}}{R_{10} + R_{11}} C_2} = - \frac{1}{(R_{10} \parallel R_{11}) C_2} \rightarrow \omega_{z2} = \frac{1}{(R_{10} \parallel R_{11}) C_2} = 112'500 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow$$

$$f_{z2} = \frac{\omega_{z2}}{2\pi} = 17'904.931 \text{ Hz}$$

La funzione di trasferimento è

$$A_v(s) = A_v(\infty) \frac{(s + \omega_{z1})(s + \omega_{z2})}{(s + \omega_{p1})(s + \omega_{p2})}$$



$$|A'| = |A_v(\infty)| \frac{f_{z2}}{f_{p2}} = 2.339$$

$$|A'|_{dB} = 7.3806 \text{ dB}$$

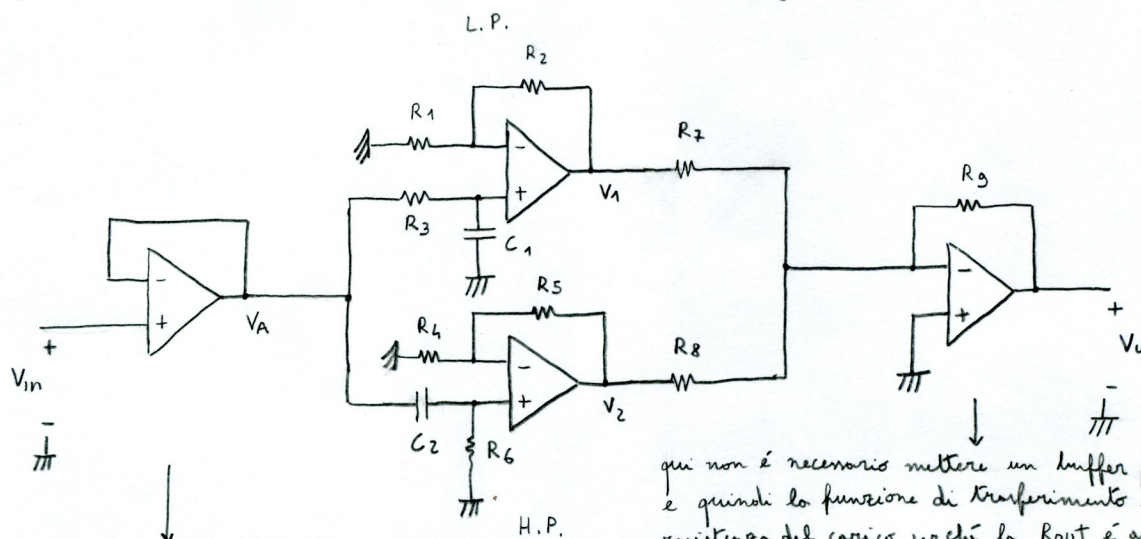
$$|A''| = |A'| \frac{f_{z1}}{f_{p1}} = 4.6343$$

$$|A''|_{dB} = 13.3196 \text{ dB}$$

* le due espressioni coincidono, dato che

$$\begin{aligned} \frac{R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 + (R_6 \parallel \frac{1}{g_{m1}})} &= \frac{R_6 \frac{1}{g_{m1}}}{R_1 (R_6 + \frac{1}{g_{m1}}) + R_6 \frac{1}{g_{m1}}} = \frac{R_6}{R_1 (1 + R_6 g_{m1}) + R_6} = \frac{R_6}{R_1 + R_6 + R_1 R_6 g_{m1}} = \\ &= \frac{R_6}{R_1 + R_6} \frac{1}{1 + \frac{R_1 R_6}{R_1 + R_6} g_{m1}} = \frac{R_6}{R_1 + R_6} \frac{1}{1 + (R_1 \parallel R_6) g_{m1}} \end{aligned}$$

- 4) Per ottenere un filtro elimina-banda non selettivo si possono sommare le uscite di un filtro passa-basso e di un filtro passa-alto; l'ingresso del filtro elimina-banda va portato all'ingresso di ciascuno dei due filtri. Visto che la specifica non il guadagno a basse frequenze che il guadagno ad alte frequenze deve essere negativo, possiamo ad esempio scegliere di usare un filtro passa-basso non invertente, un filtro passa-alto non invertente e un sommatore invertente (alternativamente avremmo potuto scegliere di usare un filtro passa-basso invertente, un filtro passa-alto invertente e un sommatore non invertente). Visto che non a basse che a alte frequenze il guadagno deve essere pari a -5, scelgo di fare il sommatore con guadagno -1 e i filtri passa-basso e passa-alto con guadagni in banda passante pari a +5 (ma avrei potuto anche distribuire diversamente il guadagno tra il sommatore e i filtri passa-basso e passa-alto, ad esempio: sommatore con guadagno -5, filtro passa-basso con guadagno in banda passante +1 e filtro passa-alto con guadagno in banda passante +1).



qui non è necessario mettere un buffer per rendere la $R_{out} \approx 0$ e quindi la funzione di trasferimento indipendente dalla resistenza del carico perché la R_{out} è già circa nulla

buffer, che consente di rendere la $R_{in} \approx \infty$ e quindi la funzione di trasferimento del filtro indipendente dalla resistenza della sorgente

$$V_A = V_{in}$$

$$V_1 = V_A \frac{\frac{1}{C_1 S}}{R_3 + \frac{1}{C_1 S}} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = V_{in} \frac{1}{1 + R_3 C_1 S} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = V_{in} \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{S}{\omega_L}} \quad \omega_L \leftarrow \frac{1}{R_3 C_1}$$

$$V_2 = V_A \frac{R_6}{\frac{1}{C_2 S} + R_6} \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) = V_{in} \frac{R_6 C_2 S}{1 + R_6 C_2 S} \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) = V_{in} \frac{\left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) S}{S + \frac{1}{R_6 C_2}} \quad \omega_H \leftarrow \frac{1}{R_6 C_2}$$

usando il principio di sovrapposizione degli effetti, abbiamo che

$$V_U = -\frac{R_9}{R_7} V_1 - \frac{R_9}{R_8} V_2 = \left[-\frac{R_9}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{1}{1 + \frac{S}{\omega_L}} - \frac{R_9}{R_8} \left(1 + \frac{R_5}{R_4}\right) \frac{S}{S + \omega_H} \right] V_{in} = \left(\text{se pensiamo } R_8 = R_7, R_5 = R_2, R_4 = R_1 \right)$$

$$= -\frac{R_9}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[\frac{1}{1 + \frac{S}{\omega_L}} + \frac{S}{S + \omega_H} \right] \rightarrow H(S) = \frac{V_U(S)}{V_{in}(S)} = -\frac{R_9}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{\omega_L}} + \frac{S}{S + \omega_H} \right)$$

$$\text{con } \omega_L = \frac{1}{R_3 C_1}, \quad \omega_H = \frac{1}{R_6 C_2} \quad ;$$

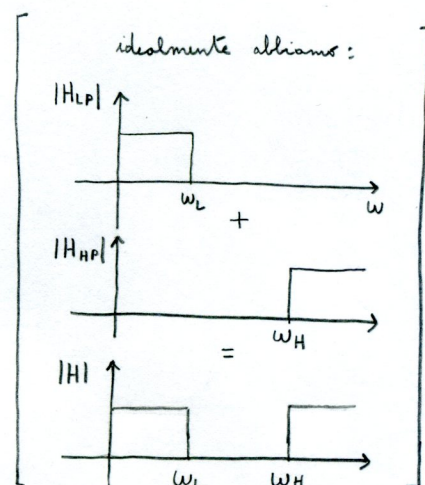
sia per $|S| \rightarrow 0$ che per $|S| \rightarrow \infty$ il guadagno è pari a $-\frac{R_9}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$, quindi dobbiamo imporre $-\frac{R_9}{R_7} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = -5$; ad esempio: $R_9 = R_7 = R_8 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_1 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_5 = 4 \text{ k}\Omega$;

inoltre dobbiamo imporre:

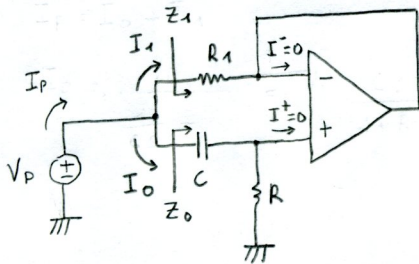
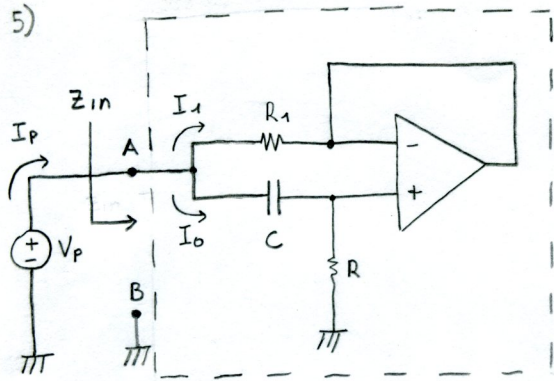
$$\omega_L = \frac{1}{R_3 C_1} = 200 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \text{ ad esempio } R_3 = 1 \text{ k}\Omega, C_1 = \frac{1}{R_3 \omega_L} = 5 \mu\text{F}$$

$$\omega_H = \frac{1}{R_6 C_2} = 10 \frac{\text{Krad}}{\text{s}}, \text{ ad esempio } R_6 = 1 \text{ k}\Omega, C_2 = \frac{1}{R_6 \omega_H} = 100 \text{ nF}$$

$$\left(\text{cioè } f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = 31.83 \text{ Hz}, \quad f_H = \frac{\omega_H}{2\pi} = 1591.55 \text{ Hz} \right)$$



5)



per il c.c.v. $I^+ = 0 \rightarrow C$ e R sono in serie

$$I_0 = \frac{V_P}{\frac{1}{CS} + R} = V_P \frac{CS}{1 + RCS}$$

$$V^+ = V_P \frac{R}{\frac{1}{CS} + R} = V_P \frac{RCS}{1 + RCS} = V^-$$

per il c.c.v.

$$I_1 = \frac{V_P - V^-}{R_1} = \frac{1}{R_1} \left(V_P - V_P \frac{RCS}{1 + RCS} \right) = V_P \frac{1}{R_1} \left(1 - \frac{RCS}{1 + RCS} \right) = V_P \frac{1}{R_1} \frac{1 + RCS - RCS}{1 + RCS} =$$

$$= V_P \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + RCS}$$

$$I_P = I_0 + I_1 = V_P \frac{CS}{1 + RCS} + V_P \frac{1}{R_1(1 + RCS)} = V_P \frac{(1 + R_1CS)}{R_1(1 + RCS)}$$

$$Z_{in} = \frac{V_P}{I_P} = R_1 \frac{1 + RCS}{1 + R_1CS}$$

o alternativamente;

$Z_{in} = Z_0 \parallel Z_1$ (con z_0 e z_1 impedenze viste tra i nodi A e B, la prima dalla parte del ramo inferiore, la seconda dalla parte del ramo superiore;

$$Z_0 = \frac{V_P}{I_0} \quad ; \quad \text{ma} \quad V_P = I_0 \left(\frac{1}{CS} + R \right) \quad \text{dato che per il c.c.v. } R \text{ e } C \text{ sono in serie;}$$

$$\text{per cui } Z_0 = \frac{1}{CS} + R \quad ;$$

d'altra parte

$$Z_1 = \frac{V_P}{I_1} \quad ; \quad \text{ma per gli stessi conti fatti sopra } I_1 = V_P \frac{1}{R_1(1 + RCS)} \quad , \quad \text{per cui } Z_1 = R_1(1 + RCS);$$

quindi

$$Z = Z_0 \parallel Z_1 = \left(\frac{1}{CS} + R \right) \parallel (R_1(1 + RCS))$$

che torna con quanto scritto sopra in quanto:

$$Z = \left(\frac{1}{CS} + R \right) \parallel (R_1(1 + RCS)) = \frac{\left(\frac{1}{CS} + R \right) R_1(1 + RCS)}{\frac{1}{CS} + R + R_1(1 + RCS)} = \frac{\frac{1 + RCS}{CS} R_1(1 + RCS)}{\frac{1 + RCS}{CS} + R_1(1 + RCS)} =$$

$$= R_1 \frac{(1 + RCS)^2}{(1 + RCS) + R_1CS(1 + RCS)} = R_1 \frac{(1 + RCS)^2}{(1 + RCS)(1 + R_1CS)} = R_1 \frac{1 + RCS}{1 + R_1CS} \quad]$$

